Vibrações em Pontes Pedonais

Documento Base
Índice geral

Resumo .................................................................................................................................................. 3
1 Introdução ........................................................................................................................................ 6
2 Definições ......................................................................................................................................... 7
3 Metodologia de projecto  .................................................................................................................. 7
4 Passos de aplicação ........................................................................................................................... 7
  4.1 Passo 1: Avaliação de frequências naturais.................................................................................. 7
  4.2 Passo 2: Verificação da gama crítica de frequências naturais ...................................................... 9
  4.3 Passo 3: Caracterização das situações de projecto ................................................................. 10
    4.3.1 Passo 3a: Caracterização de classes de tráfego ................................................................. 10
    4.3.2 Passo 3b: Caracterização de classes de conforto .............................................................. 11
  4.4 Passo 4: Caracterização do amortecimento estrutural ........................................................... 12
    4.4.1 Modelo de amortecimento ................................................................................................. 12
    4.4.2 Coeficientes de amortecimento para acções de serviço .................................................... 13
    4.4.3 Coeficientes de amortecimento para vibrações de grande amplitude ............................. 14
  4.5 Passo 5: Avaliação da aceleração ................................................................................................. 14
    4.5.1 Modelo de acções harmónicas ............................................................................................. 15
    4.5.2 Método dos Espectros de Resposta para fluxos de peões ................................................. 21
  4.6 Passo 6: Verificação de critérios para “lock-in” lateral ........................................................... 23
  4.7 Passo 7: Verificação do nível de conforto .................................................................................... 25
5 Avaliação de propriedades dinâmicas de pontes pedonais ............................................................. 25
  5.1 Introdução .................................................................................................................................... 25
  5.2 Mediçãoda resposta ....................................................................................................................... 25
    5.2.1 Mediçãoda resposta ambiental para identificação de frequências naturais críticas ................ 25
    5.2.2 Mediçãoa aproximada de factores de amortecimento associados a frequências naturais críticas .................................................................................................................. 26
    5.2.3 Mediçãoda resposta induzida por um peão isolado ............................................................ 26
    5.2.4 Mediçãoda resposta induzida por um grupo de peões ....................................................... 27
    5.2.5 Mediçãoda resposta induzida por um fluxo contínuo de peões..................................... 27
  5.3 Ensaios de identificação ............................................................................................................... 27
    5.3.1 Ensaios de vibração forçada ............................................................................................... 27
    5.3.2 Ensaios de vibração ambiental ............................................................................................ 31
    5.3.3 Ensaios de vibração livre .................................................................................................... 31
5.4 Instrumentação .............................................................. 32
  5.4.1 Transdutores para medição da resposta ...................... 32
  5.4.2 Dispositivos para identificação................................... 32
6 Controlo de vibrações ....................................................... 34
  6.1 Introdução ................................................................. 34
  6.2 Modificação de massa ................................................... 34
  6.3 Modificação de frequência .............................................. 34
  6.4 Modificação do amortecimento estrutural ......................... 34
    6.4.1 Introdução ........................................................... 34
    6.4.2 Medidas simples .................................................... 34
    6.4.3 Dispositivos adicionais de amortecimento .................. 34
7 Exemplos de aplicação ..................................................... 42
  7.1 Viga simplesmente apoiada ........................................... 42
  7.2 Ponte pedonal sobre o rio Weser em Minden .................. 43
  7.3 Ponte Pedonal da Guarda em Portugal ........................... 48
8 Referências ................................................................. 51
9 Apêndice: Modelos de carga adicionais .............................. 53
  9.1 Modelo de carga para um peão isolado .......................... 53
  9.2 Modelo de carga para “joggers” ..................................... 56
  9.3 Excitação intencional por grupos de peões ....................... 58
Resumo

Este documento serve de suporte ao documento: “Vibrações em Pontes Pedonais- Recomendações Técnicas de Projecto”, fornecendo um conjunto de informações complementares em relação aos aspectos nele abordados.


Os documentos “Vibrações em Pontes Pedonais- Recomendações Técnicas” e “Vibrações em Pontes Pedonais- Documento Base” foram preparados no âmbito do projecto de disseminação RFS-P2-06133, HIVOSS- “Human Induced Vibrations of Steel Structures”.

HIVOSS
## Tabela de símbolos frequentemente utilizados

<table>
<thead>
<tr>
<th>Símbolo</th>
<th>Definição</th>
<th>Unidade</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>$a_{\text{limite}}$</td>
<td>limite de aceleração relativa a uma classe de conforto</td>
<td>[m/s²]</td>
</tr>
<tr>
<td>$a_{\text{max}}$</td>
<td>aceleração calculada para uma situação de projecto definida</td>
<td>[m/s²]</td>
</tr>
<tr>
<td>$B$</td>
<td>largura</td>
<td>[m]</td>
</tr>
<tr>
<td>$d$</td>
<td>densidade de peões sobre uma superfície</td>
<td>[P/m²]</td>
</tr>
<tr>
<td>$f, f_i$</td>
<td>frequência natural para um modo considerado</td>
<td>[Hz]</td>
</tr>
<tr>
<td>$f_s$</td>
<td>frequência da passada de um peão</td>
<td>[Hz]</td>
</tr>
<tr>
<td>$P$</td>
<td>força estática devida a um peão isolado</td>
<td>[N]</td>
</tr>
<tr>
<td>$P \times \cos(2\pi ft)$</td>
<td>acção harmónica devida a um peão isolado</td>
<td>[N]</td>
</tr>
<tr>
<td>$L$</td>
<td>comprimento</td>
<td>[m]</td>
</tr>
<tr>
<td>$m$</td>
<td>número de meias ondas</td>
<td>[-]</td>
</tr>
<tr>
<td>$m^*$</td>
<td>massa modal</td>
<td>[kg]</td>
</tr>
<tr>
<td>$M$</td>
<td>massa</td>
<td>[kg]</td>
</tr>
<tr>
<td>$n$</td>
<td>número de peões sobre a superfície carregada $S$ ($n = S \times d$)</td>
<td>[P]</td>
</tr>
<tr>
<td>$n'$</td>
<td>número equivalente de peões sobre uma superfície carregada $S$</td>
<td>[P/m²]</td>
</tr>
<tr>
<td>$p(t)$</td>
<td>acção distribuída</td>
<td>[kN/m²]</td>
</tr>
<tr>
<td>$P_{\text{mov}}$</td>
<td>carga móvel</td>
<td>[kN]</td>
</tr>
<tr>
<td>$S$</td>
<td>área da superfície carregada</td>
<td>[m²]</td>
</tr>
<tr>
<td>$\delta$</td>
<td>decremento logarítmico</td>
<td>[-]</td>
</tr>
<tr>
<td>$\mu$</td>
<td>massa distribuída por unidade de comprimento</td>
<td>[kg/m]</td>
</tr>
<tr>
<td>$\mu_o$</td>
<td>massa do tabuleiro da ponte por unidade de comprimento</td>
<td>[kg/m]</td>
</tr>
<tr>
<td>$\mu_P$</td>
<td>massa de peões por unidade de comprimento</td>
<td>[kg/m]</td>
</tr>
<tr>
<td>$\rho$</td>
<td>coeficiente de influência para massa de peões suplementar</td>
<td>[-]</td>
</tr>
</tbody>
</table>
\( \Phi(x) \) modo de vibração

\( \psi \) coeficiente de redução para ter em conta a probabilidade de uma frequência de passada cair na proximidade da frequência natural do modo considerado

\( \xi \) coeficiente de amortecimento estrutural
1 Introdução

Ao longo dos últimos anos, tem-se registado uma tendência crescente no sentido da construção de pontes pedonais bastante esbeltas. Devido à reduzida massa desse tipo de estruturas, as acções dinâmicas podem originar elevadas amplitudes de vibração, devendo prestar-se tanto maior atenção a esses fenómenos vibratórios, quanto mais esbeltas forem as estruturas.

O aumento de problemas vibratórios nas pontes pedonais modernas mostra que estas pontes não deverão ser projectadas para suportar apenas cargas estáticas. Todavia, o respeito por condições fixadas em muitos códigos ([1], [2], [3], [4]) em termos das frequências naturais restringe o projecto das pontes pedonais: pontes muito leves e esbeltas, tais como pontes tipo catenária e pontes suspensas, podem não satisfazer estes requisitos. Além disso, a resposta dinâmica é determinada não apenas pelas frequências naturais, mas também conjuntamente pelas propriedades de amortecimento, pela massa da ponte e pela acção dos peões. As ferramentas de dimensionamento deverão considerar todos estes factores. Contudo que o comportamento vibratório devido ao tráfego de peões esperado seja verificado através de uma análise dinâmica e o nível de conforto requerido seja satisfeito, qualquer tipo de ponte pedal pode ser projectada e construída. Se o comportamento vibratório não satisfizer algum critério de conforto, deverão considerar-se alterações no projecto ou a introdução de dispositivos de amortecimento.

Estas pontes pedonais esbeltas têm uma massa reduzida, reduzindo-se a inércia e baixando as frequências naturais, resultando dâ um risco mais elevado de ressonância. A ressonância ocorre se a frequência da ponte coincidir com a frequência a frequência de excitação, e.g. a frequência da passada dos peões. A excitação induzida pelos peões é uma fonte importante de vibrações em pontes pedonais. A acção dos peões é por natureza não permanente, transitória e variável numa reduzida gama de frequências de excitação. É por isso óbvio que as respostas dinâmicas desempenharem um papel fundamental no projecto de estruturas susceptíveis a vibrações. Vibrações de pontes pedonais podem conduzir a problemas de segurança em relação a estados limites de utilização, pois podem originar efeitos ao nível do conforto e reacções emocionais dos utilizadores. O colapso ou mesmo danos estruturais devidos às acções dinâmicas induzidas pelo homem têm ocorrido muito raramente.

As vibrações em pontes pedonais podem registar-se na direcção vertical ou em direcções horizontais, sendo também possível a torsão do tabuleiro da ponte. Acções dinâmicas induzidas por ciclistas são negligenciáveis quando comparadas com as acções causadas por peões em andamento ou corrida. Recentemente, algumas pontes pedonais foram excitadas lateralmente por densos fluxos de peões, tendo-se registado uma interacção entre os peões e as vibrações da ponte. Uma resposta ao auto-excitada de grande amplitude causa desconforto. Por isso, o projecto de pontes pedonais deve ser desenvolvido por forma a que o fenómeno de interacção peões-ponte, também designado de ‘lock-in’, não tenha lugar.

Outra acção dinâmica em pontes pedonais é a excitação intencional produzida por pessoas saltando em posição fixa, flectindo os joelhos, oscilando o corpo horizontalmente, excitando tirantes manualmente etc., em ressonância de modo a produzirem vibrações significativas. Nesse caso, os requisitos de conforto não
são certamente cumpridos, mas a estabilidade da estrutura não deve ser posta em causa.

Assim, no dimensionamento de pontes pedonais modernas, a análise das vibrações induzidas pela acção humana deve ser considerada pelo projectista por forma a assegurar que

- as vibrações devidas ao tráfego de peões são aceitáveis para os utilizadores,
- o fenómeno de ‘lock-in’ não tem lugar,
- a estabilidade da ponte pedonal é garantida quando sujeita a excitação intencional.

No sentido de auxiliar o projectista, a resposta dinâmica de várias pontes pedonais à acção dos peões foi investigada através de medições e simulações numéricas, levando à elaboração de recomendações que incluem

- requisitos de projecto,
- gamas de conforto em termos de aceleração,
- modelos de carga para fluxos de peões,
- critério para evitar o fenómeno de ‘lock-in’.

Se uma ponte pedonal for susceptível a vibrações que possam afectar o conforto, é dada informação adicional relativa a

- procedimento de medição e métodos de avaliação de propriedades dinâmicas,
- modificação do projecto e dispositivos de amortecimento.

2 Definições

Sem informação complementar.

3 Metodologia de projecto

As acções dinâmicas e o comportamento vibratório da estrutura devem ser considerados numa fase inicial do projecto, mesmo quando são ainda desconhecidas certas propriedades relacionadas com o amortecimento ou as fundações, que então têm de ser estimadas. Assim, o comportamento vibratório calculado proporciona apenas uma indicação do comportamento real. Se a resposta estiver situada numa gama crítica, devem ser previstos desde logo dispositivos de amortecimento numa fase inicial de dimensionamento. As características de amortecimento e as acelerações causadas por diversas acções dinâmicas devem então ser medidas após o final da construção. Com base nas reais propriedades dinâmicas da estrutura deve decidir-se se os dispositivos de amortecimento são efectivamente necessários.

4 Passos de aplicação

4.1 Passo 1: Avaliação de frequências naturais

Embora fórmulas manuais e métodos simplificados possam ser usados para uma avaliação preliminar de frequências naturais, deve utilizar-se uma modelação
numérica mais precisa sempre que aquelas se encontrem próximas de uma gama crítica do ponto de vista da excitação dos peões. No projecto de pontes pedonais modernas, o uso de programas de cálculo baseados no método dos elementos finitos é amplamente aplicado em todas as fases do projecto, mesmo durante a fase conceptual. Consequentemente, sugere-se a utilização de um modelo de elementos finitos não apenas para calcular tensões e deformações da ponte pedonal, mas também para determinar as suas frequências naturais. Assim, cálculos dinâmicos preliminares podem ser facilmente realizados sem recurso a meios adicionais.

Uma primeira abordagem consiste em manter o modelo tão simples quanto possível, e modelar a ponte com base em elementos de viga, elementos de cabo, molas ou elementos de treliça, através de uma modelação de elementos finitos tridimensional. Esta deve sempre permitir configurações modais verticais, laterais e de torsão. É então obtida uma estimativa global de frequências naturais e dos correspondentes modos de vibração, podendo identificar-se problemas associados ao comportamento dinâmico da estrutura. Quanto mais complexo for o sistema estático e mais elevada a ordem do modo de vibração, mais elevado é o número de elementos finitos necessários. Um modelo mais refinado pode tirar partido de vários tipos de elementos finitos, designadamente de elementos de placa, casca, viga, cabo ou treliça. Para se obterem resultados fiáveis em termos de frequências naturais, é absolutamente necessário que as condições de apoio, a rigidez das fundações e a distribuição de rigidez e de massa sejam modeladas de forma realista. A totalidade do peso próprio, das cargas permanentes e o pré-esforço de cabos têm de ser considerados no cálculo das frequências naturais. As acções permanentes da ponte associadas a equipamentos instalados, guarda-corpos e revestimentos são consideradas como massas adicionais de forma tão exacta quanto possível. Uma abordagem baseada em massas concentradas, na qual inércias de rotação são desprezadas, é em muitos casos suficiente. Para a modelação de encontros e fundações, a rigidez dinâmica do solo deve ser utilizada. Caso contrário, os resultados obtidos serão muito conservativos ou muito pouco rigorosos.

De qualquer forma, é recomendável determinar as frequências naturais de uma ponte pedonal construída através de uma investigação experimental em complemento de cálculos computacionais antes da definição final das características de dispositivos de amortecimento.

A massa modal associada a cada modo de vibração deve estar disponível quando a verificação de conforto seja efectuada através do método de 1-GL (cf. secção 4.5.1.2).

A investigação relativa a características dinâmicas de pontes pedonais seleccionadas mostra claramente que, especialmente para estruturas esbeltas, a massa adicional devida aos peões tem uma grande influência sobre as frequências naturais do sistema. Para peões isolados e grupos de peões este efeito é geralmente negligenciável mas, caso seja necessário ter em consideração a passagem de fluxos de peões, esta influência pode causar um decréscimo significativo nas frequências naturais. Este depende da relação entre a massa distribuída do tabuleiro e a massa distribuída de peões. A diminuição das frequências é mais elevada nas pontes pedonais sujeitas a acções permanentes mais baixas.
As frequências naturais podem cair numa gama de frequências mais ou menos crítica (cf. secção 4.2) para excitações dinâmicas induzidas por peões. Com acções permanentes adicionais ou sobrecargas de utilização, as frequências naturais da ponte pedonal podem diminuir e cair na gama de frequências crítica ou afastar-se desta. Além disso, deve notar-se que os valores limite dados correspondentes a gamas de frequências críticas não devem ser tomados como valores estrictos, mas antes como valores aproximados.

Em alguns casos, o incremento de massa modal pode mesmo ser superior a 50% da massa modal da ponte.

A influência da massa dos peões pode ser estimada facilmente: a massa modal \( m^* \) incluindo a massa adicional dos peões é calculada de acordo com a eq. 4-1.

\[
m^* = \int m_0 \rho (\Phi(x))^2 \, dx
\]

onde

\[
\mu_D [\text{kg/m}] \text{ é a massa do tabuleiro por unidade de comprimento}
\]

\[
\rho = \frac{\mu_D + \mu_P}{\mu_D} \text{ é o factor de influência para massa adicional de peões}
\]

\[
\mu_P [\text{kg/m}] \text{ é a massa de peões por unidade de comprimento}
\]

\[
\Phi(x) \text{ é o modo de vibração}
\]

No que respeita à consideração da massa adicional de peões, a eq. 4-2 mostra que a influência de um aumento de 5% da massa modal conduz a um decréscimo da frequência natural em 2,5%.

\[
f' (\rho = 1,05) = \sqrt{\frac{k^*}{\rho m^*}} = \sqrt{\frac{k^*}{1,05m^*}} = 0,976f
\]

Tal variação está dentro da precisão da modelação global, quando comparada com as frequências que serão medidas na realidade. Por isso, recomenda-se desprezar a influência de um incremento de massa modal inferior a 5% da frequência natural.

### 4.2 Passo 2: Verificação da gama crítica de frequências naturais

Os efeitos dos peões são geralmente caracterizados com base em modelos de acções harmónicas, cujos coeficientes estão sistematizados na Secção 9. A contribuição dominante do primeiro harmónico conduz à seguinte gama crítica de frequências naturais \( f_i \):

- para vibrações verticais e longitudinais:
  \[
  1,25 \, \text{Hz} \leq f_i \leq 2,3 \, \text{Hz}
  \]
- para vibrações laterais:
  \[
  0,5 \, \text{Hz} \leq f_i \leq 1,2 \, \text{Hz}
  \]

Há situações em que frequências caem num intervalo susceptível de excitação pelo segundo harmónico da acção do peão. Nestas circunstâncias, se for considerado relevante investigar os efeitos associados ao segundo harmónico da acção dos peões, a gama crítica alarga-se do seguinte modo:
• para vibrações verticais e longitudinais:

\[ 1,25 \, \text{Hz} \leq f_i \leq 4,6 \, \text{Hz} \]

As pontes pedonais que tenham frequências naturais \( f_i \) na gama crítica devem ser objeto de uma análise dinâmica face à excitação dos peões.

Vibrações laterais não são afectadas pelo 2º harmónico da acção dos peões.

Nota: A excitação vertical através do segundo harmónico da acção dos peões pode ter lugar. Todavia, até ao presente, não há referência de vibrações significativas em pontes pedonais motivadas pelo segundo harmónico.

A gama crítica de frequências naturais baseia-se em investigação empírica das frequências da passada \( f_s \) dos peões. No sentido de garantir coerência com os princípios dos Eurocódigos, os valores característicos \( f_s,5\% , \text{slow} \) e \( f_s,95\% , \text{fast} \) utilizados são baseados nos valores dos percentis 5% e 95%.

### 4.3 Passo 3: Caracterização das situações de projecto

Recomenda-se vivamente discutir os requisitos de conforto e as condições de tráfego pedonal esperado com o cliente, para fixar limites realistas para o projecto de uma estrutura em particular. Um diálogo construtivo acerca da susceptibilidade a vibrações entre o projectista e o dono de obra pode ajudar a clarificar aspectos tais como requisitos de conforto e a necessidade eventual de medidas de amortecimento (cf. secção Error! A origem da referência não foi encontrada.).

Os princípios de fiabilidade [5] dos Eurocódigos referem algumas situações de projecto, listando-se de seguida algumas que se consideram relevantes para pontes pedonais submetidas à acção humana. Estas situações podem ser associadas à frequência de excedência de um certo estado limite como um critério de conforto em questão:

• Situações de projecto persistentes, que se referem a condições de uso permanente;
• Situações de projecto transitórias, que se referem a condições temporárias;
• Situações de projecto acidentais, que se referem a situações excepcionais.

Há situações de projecto que podem ocorrer uma vez na vida útil de uma ponte pedonal, como a inauguração da ponte. Mas, por outro lado, pode ocorrer uma situação em que um número muito reduzido de peões atravessa a ponte diariamente.

Hipóteses realistas acerca de diferentes situações de projecto devem ser tidas em conta utilizando classes de tráfego definidas (cf. secção 4.3.1) para a verificação do conforto dos peões. Como referido anteriormente, a inauguração da ponte pedonal, por exemplo, condicionará o projecto em quase todos os casos, embora ocorra apenas uma vez no período de vida útil de uma ponte. Deve por isso decidir-se que critérios de conforto devem ser escolhidos para o projecto da ponte (cf. secção 4.3.2) para uma situação extrema e rara, tal como a inauguração ou para a densidade de peões de todos os dias sobre a estrutura.
4.3.1 Passo 3a: Caracterização de classes de tráfego

O tipo esperado de tráfego de peões e a densidade de tráfego determinam a acção dinâmica e influenciam o projecto das pontes pedonais. Estruturas em locais mais remotos, com tráfego de peões esporádico, não são sujeitas às mesmas acções dinâmicas que as situadas nos centros das cidades, com densos tráfegos de atravessamento.

Formações de peões, procissões ou soldados em marcha não são tidos em consideração na classificação geral de tráfego, necessitando de considerações adicionais. A diferença entre formações de peões e o tráfego de peões anteriormente referido é que cada peão da formação move-se de forma sincronizada com uma dada cadência. A fase da passada é altamente sincronizada, podendo ser reforçada pela presença de música.

4.3.2 Passo 3b: Caracterização de classes de conforto

Os critérios de conforto para peões são geralmente representados através de limites de aceleração para a ponte pedonal. Códigos nacionais e internacionais, bem como literatura da especialidade, propõem valores limite que diferem entre si por muitas razões. Contudo, a maior parte destes valores coincidem dentro de um certo intervalo.

Em geral, a percepção e análise do movimento e das vibrações são subjectivas e, por isso, diferentes para cada peão. Utilizadores de pontes pedonais localizadas na proximidade de hospitais e lares de idosos podem ser mais sensíveis a vibrações que caminheiros atravessando uma ponte pedonal durante o seu trajecto.

Mesmo a aparência visual e a localização da ponte podem influenciar a análise por cada peão. A Figura 4-1 evidencia a gama de subjectividade pessoal associada à percepção de vibrações em pontes. Embora as duas pontes analisadas tenham propriedades dinâmicas muito semelhantes, a apreciação das vibrações por parte das pessoas interrogadas difere grandemente. A percentagem de indivíduos que se sentem perturbados durante o atravessamento da ponte pedonal de aparência robusta de Wachtelsteg, Pforzheim, Alemanha, no lado direito, é quatro vezes superior ao que se verifica no caso da ponte pedonal de aparência ligeira de Kochenhofsteg, Stuttgart, Alemanha, no lado esquerdo. Variação semelhante sucede com a percentagem de pessoas que ficam excitadas ou divertidas, a qual praticamente triplica de um caso para o outro.

Assim, a apreciação de vibrações horizontais e verticais compreende muitos aspectos subjectivos, tais como:

- Número de pessoas caminhando sobre a ponte;
- Frequência de utilização;
- Altura acima do solo;
- Posição do corpo humano (sentado, de pé, caminhando);
- Características da excitação harmónica ou transitória (frequência de vibração);
- Tempo de exposição;
- Transparência do pavimento do tabuleiro e das guardas;
- Expectativa da ocorrência de vibrações face à aparência da ponte.

![Assessment of Vibration](image)

Figura 4-1: Comparação da apreciação de vibrações em duas pontes pedonais

### 4.4 Passo 4: Caracterização do amortecimento estrutural

#### 4.4.1 Modelo de amortecimento

Considerando que as estruturas de engenharia civil têm normalmente baixo amortecimento e desenvolvem baixos níveis de tensão sob acções de serviço, a hipótese de comportamento linear é normalmente aceite. A combinação desta hipótese com a hipótese de distribuição de amortecimento ao longo da estrutura caracterizado por uma matriz C proporcional às matrizes de massa e de rigidez (amortecimento de Rayleigh)

\[
C = \alpha M + \beta K
\]  

Eq. 4-3

permite um desacoplamento das equações de equilíbrio dinâmicas e o uso da análise por sobreposição modal na avaliação de efeitos dinâmicos induzidos por peões. Idealizando o sistema de N graus de liberdade como N sistemas de um grau de liberdade (1-GL) (cf. secção 4.5.1.2), pode definir-se um conjunto de \(N\) coeficientes de amortecimento modais \(\xi_n\), que representam a fração do amortecimento de um modo de ordem \(n\) em relação ao amortecimento crítico, definido como uma função da massa modal \(m_n^*\) e da frequência circular \(\omega_n\)

\[
\xi_n = C_n / 2 m_n^* \omega_n
\]  

Eq. 4-4

Estes factores de amortecimento relacionam-se com as constantes \(\alpha\) e \(\beta\) na eq. 4-3 por
\[ \xi_n = \frac{1}{2} \left( \frac{a}{\omega_n} + \beta \omega_n \right) \]

Eq. 4-5

Por isso, fixando dois valores de \( \xi_n \) associados a dois modos distintos, pode obter-se uma matriz de amortecimento. Estes valores são normalmente baseados na experiência passada na construção de estruturas do mesmo tipo e constituídas pelo mesmo material.

### 4.4.2 Coeficientes de amortecimento para acções de serviço


A Figura 4-2 e a Figura 4-3 sumarizam a variação com a frequência e o vão, respectivamente, de coeficientes de amortecimento medidos em várias pontes pedonais no contexto do Projecto SYNPEX [13]. Estas figuras incluem adicionalmente dados publicados na literatura da especialidade. Apesar da grande dispersão, pode observar-se que numerosas pontes pontes metálicas exibem coeficientes de amortecimento inferiores a 0,5% para frequências naturais críticas do ponto de vista da excitação dos peões.

![Figura 4-2: Coeficientes de amortecimento medidos sob acções de serviço: variação com a frequência natural](image-url)
Figura 4-3: Coeficientes de amortecimento medidos sob acções de serviço: variação com o vão

4.4.3 Coeficientes de amortecimento para vibrações de grande amplitude


Tabela 4-1: Coeficientes de amortecimento de acordo com o material de construção para vibrações de grande amplitude

<table>
<thead>
<tr>
<th>Tipo de construção</th>
<th>Intervalo de variação de ( \xi )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Betão</td>
<td>2,0 ( \div ) 7,0%</td>
</tr>
<tr>
<td>Aço</td>
<td>1,0 ( \div ) 4,0%</td>
</tr>
</tbody>
</table>

4.5 Passo 5: Avaliação da aceleração

As pontes pedonais são na realidade mais frequentemente sujeitas à acção simultânea de vários peões, não sendo esta acção simplesmente a soma das acções individuais de cada peão isolado. De facto, as acções dos peões em pontes são acções de natureza estocástica. Dependendo da densidade de peões sobre a ponte, os peões andam de forma mais ou menos sincronizada e possivelmente interagem com a ponte pedonal em vibração.

A acção depende da densidade do fluxo de peões, da frequência de passada individual, da trajectória dos peões em andamento, da sua sincronização, do peso das pessoas, etc. A resposta do sistema depende da acção e das propriedades estruturais, como a massa (modal) da ponte, as frequências naturais e o amortecimento. Como não é possível determinar propriedades estruturais como frequências e amortecimentos sem incertezas associadas, a resposta calculada do sistema tem também alguma variação.
Há vários métodos para calcular a aceleração da ponte. Os métodos recomendados neste documento serão discutidos nas seções seguintes.

### 4.5.1 Modelo de acções harmónicas

#### 4.5.1.1 Número equivalente de peões par fluxos

**Introdução**

Se uma acção harmónica ($F_0 \sin (2 \pi f_0 t)$) for aplicada num sistema de 1-GL, a resposta do sistema pode ser dada na forma que será usada no procedimento para análise de um número equivalente $n'$ de peões, utilizando análise modal:

$$x(t) = \frac{F_0/4\pi^2 M}{\sqrt{(f^2 - f_0^2)^2 + 4\xi^2 f^2 f_0^2}} \sin(2\pi f_0 t - \varphi)$$  \hspace{1cm} \text{Eq. 4-6}

com: $F_0$ amplitude da acção,
$M$ massa do sistema,
$f$ frequência natural circular do sistema,
$f_0$ frequência da acção,
$\xi$ coeficiente de amortecimento estrutural

$$\varphi = \arctan\left(\frac{2\xi f f_0}{f^2 - f_0^2}\right)$$

**Análise modal**

Considere-se uma viga modelada como um sistema de $N$ graus de liberdade (cf. Figura 4-4) sujeita a um carregamento representado por cargas pontuais sobre cada um dos nós (carregados). Quando se procura uma solução para descrever o comportamento dinâmico do sistema através de análise modal, os deslocamentos dos nós vêm dados como sobreposição dos deslocamentos relativos a diferentes modos representativos, sob a forma:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{r} x_i(t)\Phi_i, \quad r \leq N$$  \hspace{1cm} \text{Eq. 4-7}

onde:

- $y(t)$ é o vector dos movimentos das massas concentradas,
- $\Phi_i$ são os vectores dos deslocamentos modais tidos em consideração,
- $x_i(t)$ são as respostas do sistema para cada modo $i$ tido em consideração.

**Figura 4-4:** $n \leq N$ acções harmónicas
Se todas as acções tiverem a mesma frequência, \( f_0 \neq f_i \), a resposta do sistema para um só modo (e.g. modo \( i \), com deslocamentos modais \( \varphi_{ij} \), cf. Figura 4-4) é:

\[
x_i(t) = \frac{\Phi_i^T F_0 / 4 \pi^2 m_i^*}{\sqrt{(f_i^2 - f_0^2) + 4 \xi_i f_i^2 f_0^2}} \sin(2 \pi f_0 t - \varphi_i)
\]

Eq. 4-8

com: \( \Phi_i^T = \{ \varphi_{i1}, \varphi_{i2}, ..., \varphi_{in} \} \) vector de deslocamentos modais,

\( F_0 \) vector de amplitudes das acções \( (F_0^T = \{ F_1, F_2, ..., F_n \}) \),

\( m_i^* = \sum_{j=1}^{N} m_i \phi_i^2 \) massa modal,

\( f_i \) frequência do modo \( i \),

\( f_0 \) frequência da acção,

\( \xi_i \) coeficiente de amortecimento do modo \( i \),

\( \varphi_i \) diferença de fase para o modo \( i \).

Resposta a uma acção harmónica distribuída – Abordagem determinística

No **caso mais geral**, a acção harmónica distribuída é representada como \( n = N \) cargas pontuais \( (Q_j \sin(2 \pi f_0 t - \psi_j)) \), regularmente distribuídas sobre meias-ondas do modo \( \Phi_i \) (cf. Figura 4-5), onde:

- As amplitudes das acções são \( Q_j, j = 1 \) to \( n \);
- Cada carga pontual tem uma frequência \( f_0, j = 1 \) to \( n \);
- Cada carga pontual tem uma diferença de fase \( \psi_j, j = 1 \) to \( n \).

**Figura 4-5: \( n = N \) acções harmónicas**

Se o comprimento carregado for \( L \), a posição de cada carga pontual encontra-se no intervalo \( \left[ \frac{j-1}{n} L, \frac{j}{n} L \right] \) (cf. Figura 4-5). De maneira a ter em conta a ordem do modo de vibração e a natureza distribuída das acções:

\[
\Phi_i^T F_0 = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} Q_j,
\]

onde \( a_{ij} = n \int_{L/n}^{jL/n} \Phi_i(x) dx \).

A resposta é dada como uma sobreposição de respostas a acções particulares, como:
\[
y_{\text{max}}(t) = \sum_{j=1}^{N} \left( \frac{a_{ij} Q \sin(2\pi f_{ij} t - \varphi_i)}{\sqrt{(t_{ij}^2 - t_{0j}^2)^2 + 4 \xi_i^2 t_{ij}^2}} \right) \phi_{ij}^{\text{max}},
\]
em que a diferença de fase para o modo \(i\) e uma acção pontual no nó \(j\) é:
\[
\varphi_{ij} = \arctan \left( \frac{2 \xi_j f_i f_{0j} \cos \psi_j + (f_j^2 - f_{0j}^2) \sin \psi_j}{(f_j^2 - f_{0j}^2) \cos \psi_j - 2 \xi_j f_i f_{0j} \sin \psi_j} \right).
\]
Se a hipótese de que todas as acções têm a mesma amplitude, mas não estão necessariamente em fase, podendo adoptar-se \((Q_j = Q \sin \psi_j)\), a resposta vem dada por:
\[
y_{\text{max}}(t) = Q \sum_{j=1}^{N} \left( \frac{a_{ij} \varphi_{ij}^{\text{max}} / 4 \pi^2 m^* L \sin(2\pi f_{ij} t - \varphi_i)}{\sqrt{(t_{ij}^2 - t_{0j}^2)^2 + 4 \xi_i^2 t_{ij}^2}} \right) \phi_{ij}^{\text{max}} \quad \text{Eq. 4-9}
\]
Resposta a uma acção harmónica distribuída – Abordagem probabilística
O efeito de um fluxo de peões consistindo \(n = N\) peões “aleatórios” vai ser agora analisado. As diferenças em relação ao caso anteriormente referido são:

- Cada carga pontual tem uma frequência aleatória \(f_{ij}\) que segue uma distribuição normal \(N[f_{s1}, \sigma]\);
- Cada carga pontual tem uma diferença de fase aleatória \(\psi_j\) que segue uma distribuição uniforme \(U[0, 2\pi]\);
- A resposta/deslocamento (eq. 4-9) é aqui uma variável aleatória também – por causa de \(f_{ij}\) e \(\psi_j\) – e assim o seu valor médio e a sua variância podem ser analisados.

Se a seguinte notação for adoptada:

- \(\lambda_i = f_i / f_{s1}\) : quociente entre a frequência natural do modo \(i\) e a média das frequências de excitação,
- \(\mu = \sigma / f_{s1}\) : coeficiente de variação das frequências de excitação,
- \(f_{ij} = f_{s1} (1 + \mu u_j)\) : frequência aleatória de uma carga pontual aplicada no nó \(j\), onde \(u_j\) é uma variável aleatória gaussiana normalizada, e se – em vez de deslocamentos – forem consideradas acelerações, cada componente do somatório na eq. 4-9 deve ser multiplicada por:

\[
(2\pi f_{ij}^2) = (2\pi)^2 f_{s1}^2 (1 + \mu u_j)^2.
\]

A aceleração máxima absoluta é então:
\[
\ddot{z}_i = \max \left| \ddot{y}_{\text{max}}(t) \right| = (2\pi)^2 f_{s1}^2 Q \times \\
\max \left[ \sum_{j=1}^{N} \left( \frac{a_{ij} \varphi_{ij}^{\text{max}} / 4 \pi^2 m^* L \sin(2\pi f_{ij} t - \varphi_i)}{\sqrt{(\lambda_i^2 - 1 - 2\mu \xi_p \mu u_j^2)^2 + 4 \xi_i^2 \lambda_i^2 (1 + 2\mu \xi_p \mu u_j^2)} \right) \phi_{ij}^{\text{max}} \right],
\]

\[
\text{Eq. 4-9}
\]
com a diferença de fase para o modo $i$ e uma acção pontual no nó $j$:

$$\varphi_i = \arctan \left( \frac{2\xi_i \lambda_i (1+\mu_i) \cos \psi_i + \left( \lambda_i^2 - (1+\mu_i)^2 \right) \sin \psi_i}{\lambda_i^2 - (1+\mu_i)^2 \cos \psi_i - 2\xi_i \lambda_i (1+\mu_i) \sin \psi_i} \right)$$

$$= \arctan \left( \frac{2\xi_i \lambda_i (1+\mu_i)}{\lambda_i^2 - (1+\mu_i)^2} \right) + \psi_i,$$

e, finalmente:

$$\ddot{Z}_i = (2\pi)^2 Qz_i \quad \text{Eq. 4-10}$$

Nota: Para $\lambda_i = 1, \mu = 0$ e $\psi_j = 0$ (caso de acção ressonante determinística):

$$\ddot{Z}_i = (2\pi)^2 f_i \frac{Q}{f_i} \times \max \left[ \sum_{n} a_n \phi_{rms} / 4\pi^2 m^2 L \sin \left( 2\pi f_i t - \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

$$\quad \quad \quad \quad \quad \quad \text{Eq. 4-11}$$

Determinação do número equivalente de peões

O número equivalente de peões num fluxo idealizado equivalente – i.e. o número de peões, todos com frequência de passada igual à frequência natural do modo $i$ e em fase, originando o mesmo comportamento da estrutura que o causado pelo fluxo aleatório de peões – pode ser obtido igualando as acelerações máximas absolutas nos dois seguintes casos (cf. Figura 4-6):

Fluxo aleatório com $n = N$ peões (eq. 4-10): $$\ddot{Z}_i = (2\pi)^2 Qz_i$$

Fluxo equivalente com $n' \leq n$ peões (eq. 4-11): $$\ddot{Z}_{i eq} = (2\pi)^2 Qz_i \frac{n'}{n}$$

Figura 4-6: Equivalência de fluxos

Assim: $\ddot{Z}_i = \ddot{Z}_{i eq} \Rightarrow z_i = z_{i eq} \frac{n'}{n} \Rightarrow n' = \frac{z_{i eq}}{z_i} n$

Se a abordagem proposta em [9] for adoptada,

$$n' = k_{eq} \sqrt{n \xi_i}, \quad \text{Eq. 4-12}$$

e o coeficiente $k_{eq}$ pode ser obtido como:

$$k_{eq} = \frac{n'}{n} \sqrt{\frac{z_{i eq}}{z_i}} = \frac{z_{i eq}}{z_i} \sqrt{\frac{n}{\xi_i}}$$

O factor aleatório na equação 4-13 é $z_i$. O valor médio $E(z_i)$ e o desvio padrão $\sigma(z_i)$ podem ser avaliados por simulações para diferentes valores dos parâmetro intervenientes:
\[ z_i = \max \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left( \frac{a_i, \phi_{i,\max}}{4 \pi^2 m^* L^2} \left(1 + \mu_{i, j}^u\right) \right) \right\} \times \sin(2 \pi f_i - \varphi_i) \]  
Eq. 4-14

Resultados

Foram efectuadas análises de sensibilidade com base no método de Monte-Carlo, conduzidas assumindo uma configuração modal \( \Phi_i \) correspondente a uma melamina sinusoidal (cf. Figura 4-6), de modo a representar a natureza aleatória da acção dos pés. Nessas análises, considerou-se a variação dos seguintes parâmetros:

- Coeficiente de amortecimento, \( \xi_i \)
- Relação de frequências, \( \lambda_i \)
- Coeficiente de variação, \( \mu \)
- Número de pés, \( n \).

Histogramas relativos aos máximos de \( z_i \) (eq. 4-14) foram primeiro obtidos com base em 2500 simulações per conjunto de parâmetros, consistindo cada simulacões em tomar \( n \) valores aleatórios quer da variável gaussiana normalizada \( u_i \), quer da diferença de fase \( \psi_i \). Um máximo de \( z_i \) é tomado num intervalo de 2 períodos (simulações realizadas mostraram que um intervalo correspondente a 8 períodos conduz aos mesmos resultados). O coeficiente \( k_{eq} \) é então calculado (eq. 4-13) com base nos valores de \( z_i \) obtidos como referido anteriormente. A Figura 4-7 mostra um exemplo de um histograma de \( k_{eq} \). Finalmente, o 95\(^{\circ}\) percentil de \( k_{eq} \) é determinado.

**Figura 4-7: Um exemplo dos histogramas obtidos**

Com um tal valor de \( k_{eq} \), o número equivalente de pés, \( n' \), pode ser obtido. Expressões para este número equivalente foram derivadas por regressão como função do coeficiente de amortecimento e do número total de pés sobre a ponte.

**4.5.1.2 Aplicação de modelos de carga**

Sem informação complementar.
4.5.1.3 Método de 1-GL

Como exemplo de aplicação do método de 1-GL, considere-se uma viga simplesmente apoiada. Esta viga tem uma massa distribuída $\mu$ [kg/m], uma rigidez $k$ e um comprimento $L$. A carga uniforme $p(x) \sin(\omega t)$ é distribuída ao longo do comprimento total.

As configurações modais $\Phi(x)$ dos modos de flexão assumem-se ser representados por uma função sinusoidal $\Phi(x) = \sin(m \times x/L \times \pi)$, enquanto que $m$ é o número de meias ondas.

![Mode shape](image)

**Figura 4-8:** Viga simplesmente apoiada com configuração modal harmónica $\Phi(x)$, $m=1$

A massa generalizada $m^*$ e a acção generalizada $p^* \sin(\omega t)$ são calculadas como se segue:

$$m^* = \int_0^L \mu \cdot (\Phi(x))^2 \, dx$$  \hspace{1cm} Eq. 4-15

$$p^* \sin(\omega t) = \int_0^L p(x) \Phi(x) dx \cdot \sin(\omega t)$$  \hspace{1cm} Eq. 4-16

Expressões para a massa generalizada $m^*$ e para a acção generalizada $p^* \sin(\omega t)$ encontram-se sistematizadas na Tabela 4-2 para uma viga simplesmente apoiada. A acção generalizada para uma simples carga $P_{mov} \sin(\omega t)$, movendo-se ao longo da viga, é também dada nessa tabela. Esta excitação é limitada pelo tempo de sintonização, definido como o tempo necessário a uma carga móvel para atravessar uma meia onda da deformada modal.
### Tabela 4-2: Massa (modal) generalizada e acção generalizada

<table>
<thead>
<tr>
<th>Configuração modal</th>
<th>Massa generalizada</th>
<th>Acção generalizada $p^*$ para carga distribuída $p(x)$</th>
<th>Acção generalizada $p^*$ para carga móvel $P_{mov}$</th>
<th>Tempo de sintonização $t_{max}$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>$m=1$:</td>
<td>$m^*$</td>
<td>$p^*$</td>
<td>$p^*$</td>
<td>$t_{max}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\varphi(x) = \sin\left(\frac{x}{L}\pi\right)$</td>
<td>$\frac{1}{2} \mu L$</td>
<td>$\frac{2}{\pi} p(x)L$</td>
<td>$\frac{2}{\pi} P_{mov}$</td>
<td>$L/v$</td>
</tr>
<tr>
<td>$m=2$:</td>
<td>$m^*$</td>
<td>$p^*$</td>
<td>$p^*$</td>
<td>$t_{max}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\varphi(x) = \sin\left(\frac{2x}{L}\pi\right)$</td>
<td>$\frac{1}{2} \mu L$</td>
<td>$\frac{1}{\pi} p(x)L$</td>
<td>$\frac{2}{\pi} P_{mov}$</td>
<td>$L/(2v)$</td>
</tr>
<tr>
<td>$m=3$:</td>
<td>$m^*$</td>
<td>$p^*$</td>
<td>$p^*$</td>
<td>$t_{max}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\varphi(x) = \sin\left(\frac{3x}{L}\pi\right)$</td>
<td>$\frac{1}{2} \mu L$</td>
<td>$\frac{2}{3\pi} p(x)L$</td>
<td>$\frac{2}{\pi} P_{mov}$</td>
<td>$L/(3v)$</td>
</tr>
</tbody>
</table>

com:

- $P_{mov}$ [kN]: carga móvel
- $L$ [m]: comprimento
- $p(x)$ [kN/m]: carga distribuída
- $m$ [-]: número de meias ondas
- $\mu$ [kg/m]: massa distribuída por unidade de $L$ [m] = comprimento
- $\nu$ [m/s]: velocidade da carga móvel

O 2º modo de vibração de uma viga simplesmente apoiada tem duas meias ondas ($m = 2$). O carregamento da viga em toda a extensão resulta em forças com o mesmo sentido da deformada modal em metade do comprimento e em forças com sentido contrário na outra metade, pelo que a força generalizada toma o valor $p^* = 0$. A acção generalizada indicada na Tabela 4-2 baseia-se na hipótese segundo a qual cada meia onda do modo de vibração se encontra carregada no sentido dos deslocamentos modais correspondentes, o que origina oscilações mais elevadas. Desse modo, a acção generalizada $p^*$ para todos os modos é a mesma que para o primeiro modo de flexão ($m = 1$). Deve notar-se que este procedimento pode diferir de outras recomendações. De acordo com algumas abordagens [32] a superfície carregada depende da configuração do modo normal em consideração, enquanto que, de acordo com outras referências [9], a totalidade da superfície susceptível de ser carregada deve ser considerada.

### 4.5.2 Método dos Espectros de Resposta para fluxos de peões

O procedimento geral de dimensionamento é adoptado a partir da engenharia do vento, onde é utilizado para verificar a segurança em relação aos efeitos de rajada induzidos em sistemas flexíveis. As acções dos peões em pontes são acções de natureza estocástica. Como não é possível determinar propriedades
estruturais como, por exemplo, as frequências naturais, sem incertezas, estas propriedades têm também natureza estocástica.

Como variável de dimensionamento, foi escolhida a “máxima aceleração de pico” da resposta do sistema. Na verificação de segurança, esta aceleração é comparada com a aceleração tolerável, de acordo com a classe de conforto a ser comprovada.

Esta aceleração máxima é definida pelo produto de um factor de pico $k_{a,d}$ por um desvio padrão da aceleração, $\sigma_a$:

$$a_{\text{max},d} = k_{a,d} \sigma_a$$

Ambos os factores foram derivados de simulações de Monte Carlo, as quais se baseiam em simulações numéricas passo-a-passo no domínio do tempo correspondentes à passagem de vários fluxos de peões sobre pontes com diferentes geometrias.

O desvio padrão da aceleração é obtido como resultado da aplicação de acções estocásticas a um determinado sistema. Estas acções foram definidas considerando pontes com vãos na gama de 20 m a 200 m e uma largura variando entre 3 m e 5 m, carregadas com quatro diferentes densidades de fluxo (0,2 P/m², 0,5 P/m², 1,0 P/m² e 1,5 P/m²). Para cada tipo de ponte e densidade de fluxo, 5 000 fluxos de peões distintos foram simulados em análises passo-a-passo no domínio do tempo, nos quais cada peão teve as seguintes propriedades, tomadas aleatoriamente a partir da distribuição estatística correspondente:

- Peso das pessoas (média = 74,4 kg; desvio padrão = 13 kg),
- Frequência da passada (valor médio e desvio padrão dependem da densidade do fluxo),
- Factor para forças induzidas lateralmente (média = 0,0378, desvio padrão = 0,0144),
- Posição inicial (aleatoriamente) e
- Momento do primeiro passo (aleatoriamente).

O factor de pico $k_{a,d}$ é usado para determinar o valor característico da resposta do sistema. Em estados limites de utilização, o valor característico é o percentil 95% $k_{a,95\%}$. Este factor é também um resultado das simulações de Monte Carlo.

Outro resultado das simulações, em que os primeiros quatro modos verticais e os primeiros dois modos horizontais e de torção foram considerados, é o risco de “lock-in” lateral.

Para identificar este risco, foi definida uma amplitude limite de 0,1 m/s² para a aceleração lateral. A seguinte gama de frequências é relevante do ponto de vista da ocorrência de “lock-in” lateral:

$$0,8 \leq \frac{f_i}{f_{s,m}} \leq 1,2 \text{ Hz},$$

onde: $f_i$ é a frequência natural horizontal lateral e $f_{s,m}$ é o valor médio da frequência da passada.

As frequências naturais objecto de consideração devem coincidir com o valor médio de frequências da passada de fluxos de peões.
4.6 Passo 6: Verificação de critérios para “lock-in” lateral

Durante o andamento de um peão, o seu centro de gravidade oscila não apenas verticalmente, mas também na direcção lateral, acompanhando a passagem de um pé para outro, sendo a frequência de oscilação nesta direcção metade da frequência da passada.

A sincronização de fluxos de peões com vibrações verticais não tem sido observada em pontes pedonais. As vibrações verticais são absorvidas pelas pernas e articulações, que proporcionam uma certa quantidade de amortecimento, de modo que o centro de gravidade não seja afectado pelas vibrações verticais. As pessoas são capazes de reagir a vibrações verticais ajustando a sua forma de andar. Embora tal não seja geralmente considerado, investigações experimentais mostraram que peões isolados podem sincronizar-se com vibrações verticais harmónicas de 1,5 m/s² [7].

Pelo contrário, as pessoas reagem de forma muito mais sensível a vibrações laterais. Se um peão andar sobre uma ponte vibrando lateralmente, ele tenta compensar este movimento adicional do seu centro de gravidade oscilando em correspondência com o deslocamento da ponte. Este comportamento é intuitivo e mesmo vibrações pequenas não perceptíveis podem causar um ajustamento do movimento do centro de gravidade. Tal alteração do movimento do centro de gravidade é acompanhada de uma adaptação da frequência da passada e um alargamento da passada. A pessoa tende a andar a uma frequência dupla da frequência de vibração e a deslocar o seu centro de gravidade ao mesmo ritmo da vibração [2]. A oscilação do corpo ao ritmo da vibração lateral leva a que as forças de reacção lateral no solo sejam aplicadas em ressonância. O alargamento da passada ocasiona um incremento daquelas forças, as quais são aplicadas de tal forma que introduzem uma energia positiva no sistema estrutural da ponte (Figura 4-9). Assim, se uma ponte pedonal de baixo amortecimento vibrar ligeiramente na direcção lateral e suceder que os peões ajustam a sua forma de andamento, então este efeito de sincronização pode originar vibrações de grande amplitude.
Figura 4-9: Descrição esquemática de andamento sincronizado

Ensaios experimentais realizados sobre uma plataforma de teste no contexto do projecto SYNPEX [13] indicam que uma única pessoa caminhando a uma frequência $f_i \pm 0,2$ Hz tende a sincronizar-se com a vibração do tabuleiro. Peões com um andamento mais rápido não são praticamente afectados pela vibração do tabuleiro, dado que o tempo de contacto dos pés é pequeno e a velocidade de propagação elevada. Peões nessas circunstâncias parecem menos instáveis que peões em andamento normal ou lento.

A amplitude limite a partir da qual o efeito de “lock-in” tende a ocorrer é expresso em termos de aceleração. Embora uma dependência em termos de frequência possa adicionalmente existir, ela não foi detectada nas medições realizadas. Ensaios realizados em França [6] sobre uma plataforma de teste e sobre a Passerelle Sólferino indicam a existência de uma amplitude limite de 0,1 a 0,15 m/s² a partir da qual o fenômeno de “lock-in” se inicia:

$$a_{lock-in} = 0,1 \text{ a } 0,15 \text{ m/s}^2$$  \hspace{1cm}  Eq. 4-17

Numa perspectiva diferente, a investigação centrada em torno da ponte do Millennium [16] conduziu a uma interpretação do “lock-in” como um fenômeno associado à geração de um amortecimento negativo dependente do número de peões sobre a ponte. O número limite de peões a partir do qual o “lock-in” se inicia, que é o número de $N_L$ susceptível de conduzir ao anulamento do amortecimento global produzindo uma súbita amplificação da resposta, foi definido como uma função do coeficiente de amortecimento modal $\xi$, da massa modal $m^*$, da frequência natural $f$, e de uma constante $k$ como

$$N_L = \frac{8 \pi \xi m^* f}{k}$$  \hspace{1cm}  Eq. 4-18

Com base nos ensaios da ponte do Millennium, Dallard et al. [16] deduziram o valor da constante $k$ como sendo aproximadamente igual a 300 Ns/m na gama 0,5-1,0 Hz.
Ensaios recentes sobre as pontes pedonais de Coimbra e da Guarda, em Portugal [17] confirmaram a adequação da fórmula do Millennium para avaliar a amplitude limite de "lock-in". Amplitudes de aceleração da ordem de 0,15-0,2 m/s² foram observadas em correspondência, sugerindo que as duas abordagens podem ser relacionadas.

4.7 Passo 7: Verificação do nível de conforto

Sem informação complementar.

5 Avaliação de propriedades dinâmicas de pontes pedonais

5.1 Introdução

Embora um conhecimento aprofundado dos materiais e das acções actuantes, e uma significativa capacidade de modelação proporcionem uma elevada compreensão do comportamento estrutural no actual estado da arte, numerosas incertezas se mantêm presentes na fase de projecto de estruturas de engenharia civil. Consequentemente, as correspondentes propriedades dinâmicas e comportamento estrutural só podem ser integralmente avaliadas após a construção. Este facto tem especial importância no contexto das pontes pedonais, considerando a estreita banda de frequências de excitação que inclui frequentemente frequências importantes da ponte, e os baixos coeficientes de amortecimento típicos das modernas pontes pedonais.

Ensaios correntes, aqui designados de ensaios de Nível 2, devem ser desenvolvidos no final da construção de qualquer ponte pedonal susceptível de vibrações significativas, devendo considerar a identificação de frequências naturais críticas, de coeficientes de amortecimento modais e a medição da resposta induzida por um peão isolado, por um pequeno grupo ou por um fluxo contínuo de peões.

Sempre que seja expectável o recurso a dispositivos de controlo de vibrações, torna-se necessária a realização de ensaios de Nível 1; estes envolvem adicionalmente a identificação de modos de vibração.

5.2 Medição da resposta

5.2.1 Medição da resposta ambiental para identificação de frequências naturais críticas

Na situação mais simples, um único sensor, normalmente um acelerômetro, é utilizado para medição da resposta. O seguinte procedimento pode ser utilizado: para cada secção de medida, o sensor é montado e a resposta ambiental é adquirida, com base em duas séries de teste.

Uma das séries é coligida, se possível, com a ponte fechada ao trânsito de peões, sujeita às acções ambientais, de modo a eliminar o conteúdo em frequência associado à excitação dos peões, desde que a sensibilidade dos transdutores seja
suficientemente elevada para capturar a resposta ambiental (valores típicos da amplitude de pico da aceleração da ordem de 2-5 mg). Esse procedimento permite a identificação de frequências naturais críticas para vibrações verticais e/ou laterais.

A segunda série deve ser adquirida sob a excitação normal dos peões, a qual proporciona uma melhor caracterização das frequências da ponte, bem como uma medida da intensidade das vibrações em condições normais de utilização.

A escolha da frequência de amostragem e de parâmetros de processamento deve respeitar os seguintes pontos:

- Assumindo que as frequências de interesse se situam na gama 0,1-20 Hz, deve selecionar-se uma frequência de amostragem de 50 Hz a 100 Hz. O equipamento de aquisição deve incluir filtros analógicos de forma a evitar erros de sobreposição (aliasing), senão frequências de amostragem mais elevadas podem ser requeridas;
- Designando por $f_{low}$ a mais baixa frequência natural esperada da ponte, a série temporal colhida deve ter uma duração mínima dada pela fórmula

$$\left(\frac{A}{f_{low}}\right)[n - (n-1)\, overlap]\,[s]$$

onde $A$ é uma constante, com um valor de 30 a 40, $n$ é o número de registos que serão usados na obtenção de uma estimativa média de uma função densidade espectral de potência (PSD) da resposta, e $overlap$ representa a taxa de sobreposição (overlap) usada para essa estimativa. Valores correntes de $n$ são 8-10, e uma taxa normal de sobreposição é 50 %. Considerando como exemplo uma estrutura com uma frequência natural mínima de 0,5 Hz, a realização de uma média sobre 10 registos, e uma taxa de sobreposição de 50%, a duração mínima das séries temporais colhidas deve ser de 330-440 s. Assim, um total de 33 000 a 44 000 amostras devem ser colhidas a uma frequência de amostragem de 100 Hz, conduzindo a estimativas espectrais médias com uma resolução em frequência de 0,017 Hz a 0,0125 Hz;
- As séries temporais adquiridas devem ser processadas de modo a obter-se uma estimativa média da função densidade espectral de potência (PSD). Um procedimento para construir esta estimativa é o seguinte: dividir as séries temporais colhidas em $n$ registos, considerando a taxa de sobreposição (overlap) definida; efectuar a remoção de tendências em cada registo; aplicar uma janela temporal (janela de Hanning, por exemplo) em correspondência; avaliar a estimativa espectral PSD normalizada para cada registo; tomar a média do conjunto de estimativas PSDs simples;
- A análise das estimativas espectrais colhidas em uma ou várias secções possibilita uma primeira identificação de frequências naturais do protótipo;
- O valor de pico da resposta das séries coligidas sob andamento normal dos peões deve ser retido para comparação com limites de aceitabilidade.

5.2.2 Medição aproximada de factores de amortecimento associados a frequências naturais críticas

A aplicação de um algoritmo de identificação de um grau de liberdade à resposta em vibração livre (eventualmente objecto de filtragem passa-banda, no caso da
presença de modos próximos ou de ruído) permite uma estimativa simplificada de factores de amortecimento, através de segmentos das séries temporais. Um gráfico de factores de amortecimento versus amplitude de oscilação pode ser traçado, no qual a amplitude de oscilação é tomada como a média das amplitudes de pico de oscilação registadas no interior do segmento da série analisado.

5.2.3 Medição da resposta induzida por um peão isolado

A resposta da ponte à acção induzida por um peão atravessando a ponte com a frequência de passada julgada relevante é medida na secção ou secções mais críticas. Dadas as características aleatórias da excitação, deve ser obtido um certo número de realizações para cada combinação frequência / movimento. Um número de referência é 5.

5.2.4 Medição da resposta induzida por um grupo de peões

Observando a literatura da especialidade, pode constatar-se que o número de peões usado em ensaios de grupos varia na gama 10-20 peões.

A resposta deve ser medida tendo por base as considerações relativas ao atravessamento por um peão isolado, i.e., para cada combinação tipo de movimento / frequência, 5 realizações de um atravessamento da ponte no sentido descendente (para declives não-simétricos) devem ser colhidas, a uma frequência de amostragem de 50 Hz-100 Hz. O peso dos membros do grupo deve ser retido, e a resposta do grupo deve ser considerada como a mais alta de entre os valores de pico das respostas registadas.

5.2.5 Medição da resposta induzida por um fluxo contínuo de peões

Sem informação complementar.

5.3 Ensaios de identificação

A identificação de parâmetros modais, i.e., frequências naturais, modos de vibração e coeficientes de amortecimento pode basear-se em ensaios de vibração forçada, de vibração livre ou de vibração ambiental.

5.3.1 Ensaios de vibração forçada

5.3.1.1 Excitação através de martelo de impulsos

Mesmo com as pontas mais suaves, um martelo de impulsos produz um impulso de curta duração (tipicamente 10ms, sobre uma superfície de betão), cujo conteúdo em frequência é definido numa larga gama de frequências, tal como DC-200 Hz. Embora filtros analógicos possam ser incorporados no equipamento de aquisição ou condicionamento de sinal, o conteúdo espectral da excitação só pode ser definido com precisão se a descrição temporal tiver resolução adequada. Assumindo que esse impulso é representado por uma semi-sinusóide, dever-se-ão utilizar três pontos para descrever com precisão esta curva, com afastamento mínimo de 5 ms. Assim, deve ser usada uma frequência mínima de
amostragem de 200 Hz, mesmo que o conteúdo em frequência de interesse se situe na gama 0,1 Hz-20 Hz.

Outro aspecto a reter é que, dado que a força de excitação é aplicada manualmente, algumas diferenças na qualidade do sinal aplicado podem ocorrer. Em particular, é importante que o operador evite pancadas duplas em cada registo, o que afecta significativamente a qualidade das estimativas da resposta em frequência.

No que se refere à duração de cada série temporal registada, esta deve ser definida, se possível, de tal forma que a resposta estrutural à aplicação da acção impulsiva do martelo se anule no interior do intervalo de medição. Nesse caso, a aplicação de janelas temporais não é necessária, o que aumenta a qualidade das estimativas de amortecimento. Um valor de referência para a duração máxima das séries é 20,48 s, correspondendo a um número de 4096 pontos amostrados a 200 Hz. Tal corresponde a obter estimativas espectrais com uma resolução em frequência de 0,04 Hz, o que é manifestamente insuficiente para caracterizar modos de vibração com frequências muito baixas.

A excitação do martelo não deve ser com efeito usada para a caracterização desses modos. Deve notar-se que, mesmo que registos mais longos possam ser colhidos, a última parte do sinal pode conter apenas resposta a acções ambientais, pelo que não proporciona um sinal correlacionado com a excitação.

Assumindo que a frequência de amostragem e a duração dos registos são definidos, um procedimento para a obtenção de um conjunto de estimativas de funções de resposta em frequência é o seguinte:

(i) Selecção de uma secção ao longo do tabuleiro onde aplicar as pancadas. Esta secção deve ser escolhida considerando as configurações modais calculadas preliminarmente por via numérica, de tal modo que o menor número de nodos de modos de vibração se encontrem na sua proximidade. Mais do que uma secção pode ter de ser definida, dependendo da configuração dos modos de vibração de interesse;

(ii) Para cada secção de excitação \( R_i \), e dependendo do número de acelerómetros disponíveis, instalar sucessivamente o acelerómetro(s) nas secções de medida. Para cada (conjunto de) secção(s) instrumentadas, e usando os parâmetros de amostragem antes definidos, colher a resposta à acção impulsiva do martelo aplicada em \( R_j \), bem como o sinal de excitação do sensor de força. Para cada set-up, um total de 5 a 10 conjuntos de séries temporais são registados;

(iii) Efectuar a remoção de tendências em todas as séries temporais. Obter uma descrição da excitação e da resposta através da estimativa de auto-espectros \( \hat{S}_{ii}(f) \) e \( \hat{S}_{jj}(f) \). Estimar o espectro cruzado \( \hat{S}_{ij}(f) \) relacionando a resposta em cada secção de medida \( R_i \) com a excitação aplicada na secção \( R_j \). Efectuar a média de auto-espectros e de espectros cruzados, para o conjunto de 5 a 10 séries colhidas em cada local

\[
S_{jj}(f) = E[\hat{S}_{jj}(f)]
\]

\[
S_{ij}(f) = E[\hat{S}_{ij}(f)]
\]
Estimar a função de resposta em frequência $H_{ij}(f)$, através do estimador $H_2$

$$H_{ij}(f) = \frac{S_{ij}(f)}{S_{ij}(f)}$$  \hspace{1cm} \text{Eq. 5-2}

e a coerência $\gamma^2(f)$, definida como

$$\gamma^2(f) = \frac{|S_{ij}(f)|^2}{S_{ij}(f) \cdot S_{jj}(f)}$$  \hspace{1cm} \text{Eq. 5-3}

As funções $H_{ij}(f)$ são intrínsecas do sistema e constituem a base de aplicação de um algoritmo de Identificação de Sistemas (no domínio da frequência) para extrair frequências naturais $f_k$, modos de vibração $\varphi_k$ e coeficientes de amortecimento associados $\xi_k$, enquanto $\gamma^2(f)$ proporciona uma medida da correlação entre os sinais medidos de excitação e de resposta.

Considerando um modelo de amortecimento viscoso e medições da resposta expressas em termos de acelerações, as funções de resposta em frequência $H_{ij}(f)$ relacionam-se com as componentes modais do modo $k$, $(\varphi_i)_k$ e $(\varphi_j)_k$, nas secções $R_i$ e $R_j$, respectivamente, através de

$$H_{ij}(f) = \frac{-f^2(\varphi_i)_k(\varphi_j)_k}{(f_k^2 - f^2) + i(2\xi_k f_k f)}$$  \hspace{1cm} \text{Eq. 5-4}

### 5.3.1.2 Excitação através de vibrador, banda larga

A excitação de banda larga induzida por vibradores hidráulicos ou electrodinâmicos pode ser natureza contínua ou transitória. Sinais transitórios, como por exemplo os sinais aleatórios aplicados em pequenos intervalos de tempo, são tratados de forma similar aos produzidos por um martelo de impulsos. Sinais contínuos requerem a aplicação de janelas de dados a cada segmento temporal das séries, de modo a reduzir efeitos de escorregamento (leakage). Além disso, como a aplicação de janelas temporais reduz a contribuição das amostras situadas nos extremos dos segmentos analisados, é frequente sobrepor segmentos temporais (overlap). Um procedimento usual consiste em aplicar janelas de Hanning aos segmentos temporais da excitação e da resposta, conjuntamente com uma taxa de sobreposição de 50%. Tal permite uma redução considerável do tempo de duração das séries temporais colhidas em cada para de secções excitação-resposta. Sinais de banda larga frequentemente gerados são os sinais aleatórios ou sinais do tipo “chirp-sine”, formados por um seno de frequência variável progressivamente num determinado intervalo.

### 5.3.1.3 Excitação através de vibrador, ensaios sinusoidais

A realização de ensaios sinusoidais conduz aos melhores resultados, desde que o vibrador tenha potência suficiente para excitar os modos de vibração de
interesse. Este aspecto é crítico para frequências naturais muito baixas, mesmo no caso de pontes pedonais muito flexíveis.

O procedimento para construção de funções de resposta em frequência e identificação de modos de vibração e de coeficientes de amortecimento compreende uma medição preliminar da resposta a ações ambientais, a qual proporciona uma aproximação das frequências naturais. Uma vez identificada a vizinhança de cada frequência natural de interesse, um ensaio sinusoidal é desenvolvido, o qual consiste na construção de partes da função de resposta em frequência, ponto a ponto, correspondendo cada ponto ao par frequência de excitação, conteúdo em frequência da resposta medida em cada secção de medição. Os seguintes pontos devem ser tidos em consideração:

(i) Embora seja desejável medir a força aplicada, isso nem sempre é possível, particularmente se se recorrer a um vibrador de massas excêntricas. A força aplicada por esse tipo de vibradores pode todavia ser estimada com uma certa precisão;

(ii) A identificação rigorosa da frequência natural da estrutura é efectuada por aplicação de uma excitação sinusoidal e registando a resposta numa secção particular onde a configuração modal prevista tenha uma componente significativa. Para cada frequência de excitação, uma série temporal da resposta numa secção particular pode ser extraída, com uma pequena duração, correspondente por exemplo a 512 amostras. Assumindo que o sinal induzido é perfeitamente sinusoidal, a amplitude e fase da resposta podem ser extraídas através de uma ajuste de um grau de liberdade no domínio do tempo. O ponto da função de resposta em frequência é obtido através do quociente com a amplitude da excitação, medida ou estimada;

(iii) Embora sejam requeridas séries temporais muito curtas, é necessário que o vibrador opere para cada frequência durante um período de pelo menos um minuto, de modo a garantir que foi alcançada a estabilização da resposta;

(iv) Uma vez identificada a frequência natural, o vibrador é sintonizado para essa frequência e um acelerômetro, ou um conjunto de acelerômetros são sucessivamente montados em cada local de medição para colher uma pequena série temporal da resposta. Quando se utilize sensor de força, é necessário instalar um acelerômetro próximo do vibrador, o qual permanece fixo. Registos simultâneos da resposta em dois locais são então colhidos, para uma avaliação das fase e amplitude em relação à secção de referência. O conjunto de fases e amplitudes em relação ao ponto de referência constituem as componentes do modo de vibração;

(v) A melhor qualidade das estimativas de amortecimento é obtida com ensaios sinusoidais. Estimativas de amortecimento são obtidas da análise da resposta medida em vibração livre por interrupção súbita da excitação sinusoidal em ressonância. Desde que não haja a presença de modos próximos, um algoritmo de um grau de liberdade é suficiente para identificar o coeficiente de amortecimento. Como este coeficiente depende da amplitude da resposta, a resposta em vibração livre deve ser analisada por segmentos do registo da resposta, de acordo com a forma descrita na Secção 5.2.2.
5.3.2 Ensaios de vibração ambiental

A hipótese básica dos ensaios de vibração ambiental é que o input, i.e., a excitação ambiental, pode ser idealizado como um ruído branco definido na banda correspondente à gama de frequências de interesse. Tal significa que, dentro de uma certa gama de frequências, todos os modos de vibração são excitados com uma amplitude e fase constantes. A resposta registada é por isso uma resposta operacional, e a técnica de construir as chamadas funções de resposta em frequência, relacionando as respostas em duas secções de medição, conduz à identificação de modos de deformação operacionais, em vez de modos de vibração. Assumindo que as frequências do sistema estão bem separadas, e que os coeficientes de amortecimento são baixos, existe uma boa aproximação entre modos de deformação operacionais e modos de vibração. Contudo, se as frequências forem próximas, os modos de deformação operacionais compreendem uma sobreposição não-desprezável de modos adjacentes, levando por isso a resultados errados. Embora existam algumas possibilidades para obter uma separação dos modos de vibração, como a separação da resposta de flexão e torsional numa ponte construindo dois sinais, a semi-soma e a semi-diferença das respostas medidas lateralmente em cada secção transversal do tabuleiro, algumas outras alternativas estão disponíveis em termos de processamento de sinal, que permitem a identificação das componentes modais e dos coeficientes de amortecimento. É o caso do método de identificação estocástica em sub-espacos, que é uma técnica paramétrica de identificação modal output-only que pode ser aplicadas directamente às séries temporais de aceleração ou às correspondentes matrizes de covariâncias da resposta [33]. Este método foi implementado como uma toolbox para Matlab (Macec) [37]. Também disponível sob forma comercial é o software baseado nos métodos de identificação estocástica em sub-espacos e de decomposição no domínio da frequência (Artemis) [38], bem como um outro assente no método Polymax, os quais constituem ferramentas poderosas para identificação de modos de vibração.

Embora estimativas de amortecimentos sejam proporcionadas pelos algoritmos mais poderosos, a precisão das estimativas é limitada, pelo que os resultados devem ser utilizados com cuidado. Com efeito, não apenas a precisão dos sensores é actualmente tão elevada que a resposta estrutural pode ser medida para níveis de vibração muito baixos, como também estão disponíveis poderosas técnicas de processamento de dados ([33], [34], [35]), que podem ser empregues para identificar parâmetros modais.

A técnica convencional para identificação de modos de deformação operacionais requer a construção de funções de resposta em frequência entre outputs. Tal é efectuado como descrito na secção 5.3.1.2 para ensaios de vibração forçada com excitação de banda larga.

5.3.3 Ensaios de vibração livre

Considerando que a libertação súbita de um cabo tensionado é equivalente à aplicação de um impulso, a identificação de parâmetros modais a partir de um ensaio de vibração livre pode seguir o procedimento descrito na secção 5.3.1.1, no qual o espectro de frequências da excitação é assumido constante no intervalo de análise. Alternativamente, algoritmos de identificação output-only do tipo referido na secção 5.3.1.2 podem ser aplicados. De qualquer modo, é
expectável que sejam obtidas estimativas modais de qualidade mais elevada que as alcançadas através de ensaios de vibração ambiental.

5.4 Instrumentação

5.4.1 Transdutores para medição da resposta

Os limites de aceitabilidade relativos ao conforto humano dos peões são geralmente definidos em termos de aceleração, e por isso é essa a quantidade normalmente medida.

Três categorias principais de acelerómetros podem ser utilizadas em medições em engenharia civil:

1. piezoelétricos;
2. piezoresistivos e capacitivos;
3. “force-balanced”.

Comparados com os outros dois tipos, os acelerómetros piezoelétricos têm várias vantagens, tais como: não requerem fonte de alimentação externa; são robustos e estáveis a longo prazo; têm comportamento linear numa larga gama de frequências. Existe um sério inconveniente em aplicações envolvendo estruturas muito flexíveis, que é a limitação relativa à medição em frequências muito baixas. Muitos acelerómetros piezoelétricos apenas proporcionam resposta linear para frequências superiores a 1 Hz, embora alguns fornecedores produzam acelerómetros que operam em frequências muito baixas.

Quer os acelerómetros piezoresistivos e capacitivos, quer os “force-balanced” são transdutores passivos, que requerem fonte de alimentação externa, normalmente uma excitação externa de 5 VDC-15 VDC. Estes acelerómetros operam contudo na gama baixa de frequências, i.e., de DC a aproximadamente 50 – 200 Hz, sendo por isso adequados para quase todos os tipo de medições em estruturas de engenharia civil.

5.4.2 Dispositivos para identificação

5.4.2.1 Equipamentos de excitação

A excitação através de um martelo de impulsos é a mais simples e conhecida forma de proporcionar um input controlado a uma estrutura ou componente de Engenharia Mecânica. Em aplicações de Engenharia Civil, a mesma técnica pode ser empregue, desde que o martelo de impulsos tenha características adequadas. Para este tipo particular de estruturas, uma solução disponível no mercado é o martelo representado Figura 5-1, pesando cerca 55 N, cuja ponta se encontra instrumentada com um sensor de força piezolétrico, tendo uma sensibilidade 1 V/230 N e uma gama de medida de 22,0 kN. O martelo opera na gama 0 – 500 Hz. Dado que as pontes pedonais são normalmente flexíveis e relativamente pequenas, o martelo de impulsos tem neste tipo de estruturas uma das aplicações mais interessantes. Observa-se contudo que a energia de excitação em frequências muito baixas é muito pequena, o que significa que modos de vibração associados a frequências muito baixas não são possivelmente mobilizados a um nível mensurável.
Vibradores empregues em aplicações de Engenharia Civil podem ser de três tipos distintos: electromagnéticos, hidráulicos e mecânicos. O vibrador representado na Figura 5-2 é uma das soluções disponíveis no mercado, e pesa cerca de 800 N, operando na gama 0-200 Hz, e produzindo uma força máxima de 445 N para frequências superiores a 0,1 Hz. Este dispositivo é configurável para excitação quer na direcção horizontal, quer vertical, e é controlado através de um gerador de sinal, que alimenta o amplificador do vibrador. Sinais tipicamente gerados para ensaios são os sinais sinusoidais e aleatórios. A medição da força aplicada é possível através de células de carga instaladas entre o vibrador e a estrutura. Dadas as limitações em amplitude da força gerada, os vibradores electromagnéticos podem apenas ser usados na excitação de estruturas de pequeno e médio porte. Pelo contrário, quer os vibradores hidráulicos, quer os mecânicos podem ser utilizados na excitação de grandes estruturas. Vibradores mecânicos, baseados na rotação de massas excêntricas, aplicam uma excitação sinusoidal numa gama de frequências variável. Estes dispositivos são raramente usados no actual estado da arte, em virtude dos exigentes requisitos que envolvem em termos de montagem e operação.

Figura 5-1: Martelo de impulsos para aplicações em engenharia civil

Figura 5-2: Vibrador electromagnético para aplicações em engenharia civil. Montagem vertical

5.4.2.2 Transdutores para medição da excitação

Trabalho anteriormente desenvolvido por Fujino [36] mostrou que a trajectória dos peões pode ser medida através da medição do movimento da cabeça e ombros dos peões com base em câmaras vídeo e processamento de imagem.
6 Controlo de vibrações

6.1 Introdução

O controlo da resposta vibratória numa ponte pedonal implica a introdução de modificações, as quais podem compreender a variação de massa, frequência ou amortecimento estrutural. Para uma estrutura já construída, a abordagem mais simples baseia-se no aumento de amortecimento estrutural, o qual pode ser alcançado quer por implementação de dispositivos de controlo, quer pela actuação de elementos não estruturais, como as guardas ou o pavimento.

6.2 Modificação de massa

Sem informação complementar.

6.3 Modificação de frequência

Possíveis estratégias para a modificação da frequência estrutural compreendem, por exemplo, a substituição de um tabuleiro de betão armado formado por painéis descontínuos por uma laje contínua, ou a inclusão das guardas como um elemento estrutural, contribuindo para a rigidez global do tabuleiro.

Outras medidas mais complexas podem ser interessantes, como a adição de um sistema de cabos estabilizadores. Para vibrações verticais, constituem alternativas o incremento da altura de vigas caixão metálicas, o incremento da espessura do banzo inferior de vigas mistas, ou o incremento da altura de vigas treliçadas. Para vibrações laterais, a medida mais eficiente consiste em incrementar a largura do tabuleiro. Em estruturas com cabos, o posicionamento dos tirantes lateralmente em relação ao tabuleiro aumenta a rigidez lateral. Em pontes atirantadas, a ancoragem dos cabos a uma torre em forma de A resulta num comportamento mais rígido do que a ancoragem em pilares paralelos.

6.4 Modificação do amortecimento estrutural

6.4.1 Introdução

Sem informação complementar.

6.4.2 Medidas simples

Sem informação complementar.

6.4.3 Dispositivos adicionais de amortecimento

Dispositivos externos de amortecimento compreendem amortecedores viscosos, amortecedores de massas sintonizadas (TMD), amortecedores de pêndulo, amortecedores de colunas de líquido sintonizadas (TLCD) ou amortecedores de líquido sintonizados (TLD). De entre estes, os mais populares são os amortecedores viscosos e os TMDs.
<table>
<thead>
<tr>
<th>Ponte</th>
<th>Frequências controladas (Hz)</th>
<th>Nº de vãos/ comprimento (m)</th>
<th>Tipo</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Schwedter Straßen bridge, Berlin</td>
<td>1,9</td>
<td>1 vão 5,6</td>
<td>Britzer Damm footbridge, Berlin</td>
</tr>
<tr>
<td>Millennium Bridge, London</td>
<td>0,5</td>
<td>3 vãos 108+144+80</td>
<td>Atirantada, viga caixão contínuo em aço</td>
</tr>
<tr>
<td>T-Bridge, Japan</td>
<td>1,0</td>
<td>2 vãos 45+134</td>
<td>Lateral</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>Tipo</th>
<th>Direcção de vibração predominante</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Vertical</td>
<td>Vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>Lateral</td>
<td>Lateral</td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>Tipo de sistema de amortecimento implementado</th>
<th>Efeito do sistema de amortecimento no comportamento global</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Amortecedores viscosos e TMDs usados para controlar movimentos horizontais. Amortecedores de massas verticais usados para controlar oscilações verticais, frequências entre 1,2 e 2,0Hz</td>
<td>Deslocamento lateral do tabuleiro reduzido de cerca de 8,3mm para 2,9mm.</td>
</tr>
<tr>
<td>TLDs do tipo “sloshing”, no interior da viga caixão. Total de 600 unidades usadas, relação de massas de 0,7% massa de 0,7% da massa generalizada do modo de vibração lateral do tabuleiro</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Localização</td>
<td>Ponte pedonal em grande átrio</td>
</tr>
<tr>
<td>--------------</td>
<td>-------------------------------</td>
</tr>
<tr>
<td>Solférino footbridge, Paris</td>
<td>0,81</td>
</tr>
<tr>
<td>106 vão central</td>
<td>117,5</td>
</tr>
<tr>
<td>Arco</td>
<td>viga</td>
</tr>
<tr>
<td>Lateral</td>
<td>Vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>Vertical</td>
<td>TMDs com massa de 2400kg por vão</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Aumento do amortecimento estrutural de 0,4% para 3,5% (lateral), e de 0,5% para 3% e 2% (vertical)

Aumento do amortecimento estrutural de 0,2-0,3% para 4,3-5,3%

Aumento do amortecimento estrutural em ≈16 vezes

Aumento do amortecimento estrutural em 12,7 vezes

[8] [8] [21] [20] [19] [18] [17]
6.4.3.1 Amortecedores viscosos

A força transmitida por um amortecedor viscoso é geralmente definida por

\[ F_{damp} = CV^\alpha \quad \text{Eq. 6-1} \]

onde:

- \( C \) = constante de amortecimento (N.sec/m)
- \( V \) = velocidade (m/sec)
- \( \alpha \) = expoente da velocidade (0,3 ≤ \( \alpha \) ≤ 1,0)

A inclusão de um tal dispositivo na estrutura origina por isso necessariamente uma matriz de amortecimento não-proporcional, que pode ser obtida a partir da matriz de amortecimento original proporcional por adição dos coeficientes de amortecimento apropriados em correspondência com os graus de liberdade associados à localização do amortecedor. Uma vantagem particular dos amortecedores viscosos é a possibilidade de controlo simultâneo de vários modos de vibração. Em pontes curvas, em que os modos têm tipicamente mais do que um tipo de componentes de deslocamento significativas, o uso de um amortecedor concentrado junto a um encontro, por exemplo, pode amortecer eficazmente vários modos de vibração que envolvam deslocamentos na sua direcção. Todavia, em diversos casos, os amortecedores viscosos podem não ser a melhor solução quando comparados com outras alternativas. Tal deve-se ao facto de os amortecedores viscosos funcionarem a partir dos deslocamentos relativos das suas extremidades. Se as localizações disponíveis para a sua implementação apenas possibilitarem pequenos deslocamentos relativos, então esses amortecedores não são interessantes, devendo antes considerar-se TMDs ou TLDs. A Figura 6-1 mostra a instalação de amortecedores viscosos interpostos entre o tabuleiro e os pilares.

**Figura 6-1: Amortecedores viscosos instalados na ponte pedonal de Minden (Alemanha)**
### 6.4.3.2 Amortecedores de massas sintonizadas

Os amortecedores de massas sintonizadas (TMDs) são normalmente sintonizados de modo que os dois picos da curva de resposta em frequência do sistema amortecido traduzam a mesma amplificação dinâmica, quando expressa em termos de deslocamentos. Curvas de dimensionamento foram derivadas a partir das equações do movimento e estão disponíveis em literatura da especialidade [18], [23].

#### Figura 6-2: Curvas de dimensionamento de TMDs

O procedimento de dimensionamento pode ser o seguinte:

1. Escolha da massa $m_d$ do TMD, com base na relação $\mu$ em relação à massa modal da estrutura $m_s$ ($\mu=m_d/m_s$). Valores usuais dessa relação de massas situam-se no intervalo 0,01 a 0,05.

2. Cálculo do valor óptimo da relação de frequências do TMD, expressa pelo quociente $\delta$ entre a frequência do TMD, $f_d$, e a frequência do sistema $f_s$ ($\delta=f_d/f_s$) [18].

$$\delta_{opt} = \frac{1}{(1+\mu)}$$

#### Eq. 6-2

3. Cálculo do valor óptimo do coeficiente de amortecimento do TMD $\xi_{opt}$ [18]

$$\xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}}$$

#### Eq. 6-3

4. Cálculo das constantes do TMD:

    - Constante de rigidez: $k_d = (2nf_d)^2 m_d$
    - Constante de amortecimento: $c_d = 2m_d (2nf_d) \xi_{opt}$
A eficácia de um TMD é extremamente sensível em relação à perda de sintonização em frequência, a qual pode ocorrer em consequência de ligeiras alterações de frequência associadas às cargas dos peões ou a modificações no interior da estrutura no decorrer da sua vida útil. É interessante, por isso, avaliar a eficiência do TMD para uma gama de frequências prevista.

### 6.4.3.3 Amortecedores de pêndulo

Desprezando a inércia de rotação da massa do pêndulo, a frequência do pêndulo pode ser calculada usando o procedimento seguinte:

1. Escolha da relação de massas \( \mu = \frac{m_d}{m_s} \);

2. Cálculo do parâmetro \( r_d = \frac{I_d}{m_d L} \), onde \( I_d \) é o momento de inércia de massa em relação ao ponto fixo, \( m_d \) a massa do amortecedor e \( L \) é a distância do ponto fixo ao centro da massa. Se a massa for considerada como pontual, \( r_d = 1 \).

3. Cálculo do valor óptimo da relação de frequências, considerando uma força de excitação do tipo ruído branco [24]

\[
\kappa_{opt} = \frac{1 + \mu \left(1 - \frac{1}{2r_d}\right)}{1 + \mu}
\]

Eq. 6-6

4. Cálculo do valor óptimo do coeficiente de amortecimento [24]

\[
\xi_{opt} = \sqrt{\frac{\mu + \mu^2 \left(1 - \frac{1}{4r_d}\right)}{4r_d + 2\mu(4r_d - 1) + 2\mu^2(2r_d - 1)}}
\]

Eq. 6-7

5. Cálculo do comprimento do pêndulo \( L = \frac{g}{(2nf_d)^2} \), onde \( g \) é a aceleração da gravidade e \( f_d = f_{structure} \times \kappa_{opt} \)

### 6.4.3.4 Amortecedores de colunas de líquido sintonizados


A relação entre a massa de água e a massa modal da estrutura deve ser escolhida com a mesma ordem de grandeza que num TMD, i.e. de 0,01 a 0,05 [25].

O procedimento de dimensionamento é ilustrado para um TLCD com colunas verticais (\( \beta = \pi/2 \)) e secção transversal constante (\( A_h = A_v \)):

1. Cálculo da relação de massa líquida do TLCD:

\[
\mu^* = \frac{\mu}{\kappa^2 + \mu(\kappa^2 - 1)}
\]

Eq. 6-8
onde $\mu$ é a previamente escolhida relação de massas do TMD equivalente e $\kappa$ é o coeficiente de geometria, definido por

$$\kappa = \frac{B + 2H \cos \beta}{L_{\text{eff}}}$$  

Eq. 6-9

com

$$L_{\text{eff}} = 2H + \frac{A_H}{A_B} B$$  

Eq. 6-10

O valor de $\kappa$ deve ser fixado. Recomenda-se fixá-lo tão elevado quanto possível, mas inferior a 0,8 [26], de modo a impedir comportamento não-linear do líquido durante o movimento.

2. Calcular o valor ótimo da relação de frequências do TLCD:

$$\delta_{\text{opt}}^* = \frac{\delta_{\text{opt}}}{\sqrt{1 + \mu^* \left(1 - \kappa^2\right)}}$$  

Eq. 6-11

onde $\delta_{\text{opt}}$ é a previamente calculada relação de frequências do TMD.

3. Os valores de $H$ e $B$ são calculados a partir do seguinte conjunto de equações:

$$\begin{align*}
B &= \frac{2g \sin(\beta)}{\left(\delta_{\text{opt}}^* \omega_{\text{structure}}^*\right)^2} \kappa - 2H \cos(\beta) \\
H &= \frac{B + 2H \cos(\beta)}{2\kappa} - \frac{A_H}{2A_B} B
\end{align*}$$  

Eq. 6-12

Note-se que como $\beta = \pi / 2$, $B$ é obtido directamente da primeira equação. Também, sendo $A_H / A_B = 1$ e $\cos(\beta) = 0$, $H$ pode ser extraído da segunda equação.

4. Calcular as áreas de secção transversal $A_h$ e $A_b$ a partir das condições:

$$\left(A_b B + A_h 2H\right) \gamma_{\text{liquid}} = M_{\text{struct}}^*$$  

Eq. 6-13

$$A_h = A_b = \frac{M_{\text{struct}}^*}{\left(B + 2H\right) \gamma_{\text{liquid}}}$$  

Eq. 6-14

O amortecimento ótimo do TLCD deve ser o mesmo que o do TMD equivalente. O TLCD tem amortecimento intrínseco devido à turbulência do fluido. Adicionalmente, mediante inserção de uma válvula de controlo ou de uma placa com um orifício no tubo horizontal, o amortecimento do TLCD pode ser ainda melhorado. Contudo, não há literatura específica com informação relativa à quantificação do amortecimento do TLCD, pelo que este deve ser sempre obtido com base em ensaios sobre protótipos de TLCDs.

6.4.3.5 Amortecedores de líquido sintonizados

Vantagens como baixo custo, activação a partir de níveis de vibração praticamente nulos, fácil ajustamento da frequência natural e fácil instalação em estruturas existentes [27] têm levado a um interesse crescente em relação a estes dispositivos.
A frequência de um TLD pode ser dada pela teoria linear de Lamb, de acordo com a seguinte fórmula [26]

$$\omega_{d,lin} = \sqrt{\frac{ng}{L} \tanh\left(\frac{nh_0}{L}\right)}$$ \hspace{1cm} \text{Eq. 6-15}

Sun et al. [28] têm proposto o dimensionamento de um TLD com base numa analogia com um TMD convencional, através de resultados experimentais de ensaios sobre modelos físicos de tanques realizados à escala. Também ensaios realizados por Yu et al. [29] conduziram a uma formulação não-linear de um TMD equivalente, tendo em consideração o comportamento do TLD sob uma variedade de condições de carregamento. Nesta formulação, foi incluída a propriedade de “endurecimento” ao nível da rigidez de TLDs sob excitações de grande amplitude.

No modelo não-linear de rigidez e amortecimento (NSD), assume-se que 100% da massa do líquido é efetiva no amortecedor, independentemente da amplitude de excitação.

A sintonização do TLD pode ser conseguida usando o seguinte procedimento, desenvolvido a partir de ajustes de natureza empírica a resultados experimentais, contendo a não-linearidade do dispositivo:

1. Tomar a média ou valor frequente da amplitude da resposta em deslocamentos do tabuleiro da ponte $X_s$ (estimado, após inclusão do TLD).
2. Calcular o parâmetro adimensional de excitação $\Lambda = X_d/L$, onde $L$ é o comprimento do tanque na direção do movimento.
3. Calcular o coeficiente de amortecimento $\xi = 0,5\Lambda^{0,35}$
4. Calcular a relação de frequências $\chi$ entre a frequência não-linear e linear do TLD definida através da fórmula de Lamb:

   - $\chi = 1,038\Lambda^{0,0034}$ para $\Lambda \leq 0,03$ (fraco rebentamento de ondas)
   - $\chi = 1,59\Lambda^{0,125}$ para $\Lambda > 0,03$ (forte rebentamento de ondas)

5. Calcular a profundidade da água, o que envolve o parâmetro de endurecimento em termos de rigidez $\chi$, assumindo que a melhor sintonização é conseguida colocando a frequência do TLD igual à da estrutura ($f_s$):

$$h_0 = \frac{L}{n} \tanh^{-1}\left(\frac{4nLf_s^2}{gX_s^2}\right)$$ \hspace{1cm} \text{Eq. 6-16}

   - $g$ – aceleração da gravidade (9,81 m/s$^2$)

6. Escolher a largura do tanque ou o número de tanques de acordo com a relação de massas necessária para o amortecimento estrutural. A relação de massas envolvendo a água deve ser escolhida com a mesma ordem de grandeza que num TMD, i.e. de 0,01 a 0,05.

Para análises numéricas, pode utilizar-se um TMD equivalente. Para deslocamentos do tabuleiro de amplitude muito pequena (inferiores a 1cm), a massa activa, $m_d$, pode descer a cerca de 80% da massa líquida total [28]. A rigidez $k_d$ é obtida de $k_d = (\chi\omega_{d,lin})^2 m_d$. O coeficiente de amortecimento é $\xi_d$, o mesmo que o do TLD.
Em suma, a sintonização do TLD pode ser alcançada tomando a média ou o valor frequente da amplitude do deslocamento esperado ao nível da estrutura já em utilização, e os respectivos parâmetros (comprimento do tanque e/ou profundidade da água) podem ser derivados a partir daí.

7 Exemplos de aplicação

7.1 Viga simplesmente apoiada

Apresenta-se neste exemplo a verificação em serviço de uma ponte pedonal com um vão de 50 m com as seguintes propriedades:

| Largura | $b = 3$ m |
| Vão     | $L = 50$ m |
| Massa   | $m = 2,5 \times 10^3$ kg/m |
| Rigidez | $EI_{vert} = 2,05 \times 10^7$ kNm$^2$ |
|         | $EI_{lat} = 2,53 \times 10^5$ kNm$^2$ |
| Amortecimento | $\xi = 1,5\%$ |

O dono de obra exige a garantia de um nível de conforto médio para baixo tráfego de peões ($d = 0,2$ P/m$^2$) e que, para tráfego muito denso ($d = 1,0$ P/m$^2$), que é esperado no dia de inauguração da ponte, se garanta conforto mínimo na direcção vertical e se evite interacção ponte-peões em termos de vibrações laterais.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Cenário de carga</th>
<th>Conforto requerido</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>$d = 0,2$ P/m$^2$</td>
<td>$a_{limit,vert} \leq 1,0$ m/s$^2$</td>
</tr>
<tr>
<td>$n = 50 \times 3 \times 0,2 = 30$</td>
<td>$a_{limit,hor} \leq 0,1$ m/s$^2$</td>
</tr>
<tr>
<td>$d = 1,0$ P/m$^2$</td>
<td>$a_{limit,vert} \leq 2,5$ m/s$^2$</td>
</tr>
<tr>
<td>$n = 50 \times 3 \times 1,0 = 150$</td>
<td>$a_{limit,hor} \leq 0,1$ m/s$^2$</td>
</tr>
</tbody>
</table>

1. Determinação de frequências naturais e massas modais

$$ f_{1,vert} = \frac{1}{2n} \frac{9,869}{L^2} \sqrt{\frac{EI_{vert}}{m}} = 1,8 \text{ Hz} $$

$$ f_{2,vert} = \frac{1}{2n} \frac{39,478}{L^2} \sqrt{\frac{EI_{vert}}{m}} = 7,2 \text{ Hz} $$

$$ f_{1,lat} = \frac{1}{2n} \frac{9,869}{L^2} \sqrt{\frac{EI_{lat}}{m}} = 0,2 \text{ Hz} $$

$$ f_{2,lat} = \frac{1}{2n} \frac{39,478}{L^2} \sqrt{\frac{EI_{lat}}{m}} = 0,8 \text{ Hz} $$

$M = \frac{1}{2} m L = 62,5 \times 10^3$ kg

2. Determinação do valor característico da aceleração máxima

   a. for $d = 0,2$ P/m$^2$

$$ a_{max,vert} = k_{a,95\%} \sqrt{\frac{C \sigma F^2}{M_1^2} k_1 \xi^2} = 0,58 \text{ m/s}^2, $$
Human induced Vibration of Steel Structure

\[ a_{d,\text{vert}} = \psi_1 \times a_{\text{max,vert}} = 0,4 \times 0,58 = 0,23 \quad < 1,0 \, \text{m/s}^2 \]

<table>
<thead>
<tr>
<th>( C )</th>
<th>( \sigma_r^2 )</th>
<th>( k_1 )</th>
<th>( k_2 )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>2,95</td>
<td>1,2 \times 10^{-2} \times 30 = 0,36 , \text{kN}^2</td>
<td>-0,07 \times 1,8^2 + 0,6 \times 1,8 + 0,075 = 0,9282</td>
<td>0,003 \times 1,8^2 - 0,04 \times 1,8 - 1 = -1,06228</td>
</tr>
</tbody>
</table>

\[ a_{\text{max,lat}} = k_{a,95\%} \sqrt{\frac{C \sigma_F^2}{M_l^2} k_1 \xi^k_2} = 0,087 \, \text{m/s}^2 \quad < 0,1 \, \text{m/s}^2 \]

<table>
<thead>
<tr>
<th>( C )</th>
<th>( \sigma_r^2 )</th>
<th>( k_1 )</th>
<th>( k_2 )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>6,8</td>
<td>2,85 \times 10^{-4} \times 30 = 8,55 \times 10^{-3} , \text{kN}^2</td>
<td>-0,08 \times 0,8^2 + 0,5 \times 0,8 + 0,085 = 0,4338</td>
<td>0,005 \times 0,8^2 - 0,06 \times 0,8 - 1,005 = -1,0498</td>
</tr>
</tbody>
</table>

**b. para \( d = 1,0 \, \text{P/m}^2 \)**

\[ a_{\text{max,vert}} = k_{a,95\%} \sqrt{\frac{C \sigma_F^2}{M_l^2} k_1 \xi^k_2} = 1,05 \, \text{m/s}^2 \]

\[ a_{d,\text{vert}} = \psi_1 \times a_{\text{max,vert}} = 0,4 \times 1,05 = 0,42 \quad < 2,5 \, \text{m/s}^2 \]

<table>
<thead>
<tr>
<th>( C )</th>
<th>( \sigma_r^2 )</th>
<th>( k_1 )</th>
<th>( k_2 )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>3,7</td>
<td>7,0 \times 10^{-3} \times 150 = 1,05 , \text{kN}^2</td>
<td>-0,07 \times 1,8^2 + 0,56 \times 1,8 + 0,084 = 0,8652</td>
<td>0,004 \times 1,8^2 - 0,045 \times 1,8 - 1 = -1,06804</td>
</tr>
</tbody>
</table>

\[ a_{\text{max,at}} = k_{a,95\%} \sqrt{\frac{C \sigma_F^2}{M_l^2} k_1 \xi^k_2} = 0,20 \, \text{m/s}^2 > 0,1 \, \text{m/s}^2 \]

Risco em relação à interacção peão-estrutura!

<table>
<thead>
<tr>
<th>( C )</th>
<th>( \sigma_r^2 )</th>
<th>( k_1 )</th>
<th>( k_2 )</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>7,9</td>
<td>2,85 \times 10^{-4} \times 150 = 4,275 \times 10^{-2} , \text{kN}^2</td>
<td>-0,08 \times 0,8^2 + 0,44 \times 0,8 + 0,096 = 0,3968</td>
<td>0,007 \times 0,8^2 - 0,071 \times 0,8 - 1 = -1,05232</td>
</tr>
</tbody>
</table>

### 7.2 Ponte pedonal sobre o rio Weser em Minden

A ponte pedonal sobre o rio Weser em Minden, Alemanha, liga o centro da cidade de Minden com um parque. A estrutura é uma ponte suspensa de dois pilares inclinados, curva em planta e com um comprimento total de 180 m. O tabuleiro da ponte é constituído por uma laje de betão armado com 3,5 m de largura (zona de passagem de 3,0 m) e tem um vão principal de 103 m.

![Figura 7-1: Alçado](image-url)
Figura 7-2: Secção transversal

A tabela seguinte mostra as frequências naturais, o tipo de modo de vibração associado e o respectivo número de meias ondas até à frequência de 3,00 Hz.

Tabela 7-1: Caracterização das frequências naturais

<table>
<thead>
<tr>
<th>Modo No.</th>
<th>Frequência natural [Hz]</th>
<th>Número de meias ondas</th>
<th>Descrição do modo de vibração</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1</td>
<td>0,24</td>
<td></td>
<td>Oscilação longitudinal</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>0,25</td>
<td>1</td>
<td>Oscilação horizontal</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>0,40</td>
<td>2</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>0,41</td>
<td>3</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>0,61</td>
<td>5</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>0,61</td>
<td>6</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>0,75</td>
<td>2</td>
<td>Horizontal / torção</td>
</tr>
<tr>
<td>8</td>
<td>0,90</td>
<td>4</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>9</td>
<td>0,95</td>
<td>7</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>10</td>
<td>1,21</td>
<td>5</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>11</td>
<td>1,42</td>
<td>8</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>12</td>
<td>1,47</td>
<td>9</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>13</td>
<td>1,60</td>
<td>3 / 1</td>
<td>Cabo / oscilação horizontal + torção</td>
</tr>
<tr>
<td>14</td>
<td>1,63</td>
<td>10</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>Nº</td>
<td>Freq (Hz)</td>
<td>Modo</td>
<td>Comentários</td>
</tr>
<tr>
<td>-----</td>
<td>-----------</td>
<td>------</td>
<td>------------------------------------------------</td>
</tr>
<tr>
<td>15</td>
<td>1,73</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo / horizontal + torção</td>
</tr>
<tr>
<td>16</td>
<td>1,77</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo / vertical + torção</td>
</tr>
<tr>
<td>17</td>
<td>1,82</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo / vertical + torção</td>
</tr>
<tr>
<td>18</td>
<td>1,96</td>
<td>11</td>
<td>Cabo / oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>19</td>
<td>2,07</td>
<td>11</td>
<td>Cabo / oscilação vertical + torção</td>
</tr>
<tr>
<td>20</td>
<td>2,13</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo</td>
</tr>
<tr>
<td>21</td>
<td>2,27</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo</td>
</tr>
<tr>
<td>22</td>
<td>2,36</td>
<td>12</td>
<td>Cabo / oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>23</td>
<td>2,57</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo / vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>24</td>
<td>2,59</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo</td>
</tr>
<tr>
<td>25</td>
<td>2,64</td>
<td>13</td>
<td>Cabo / oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>26</td>
<td>2,73</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo</td>
</tr>
<tr>
<td>27</td>
<td>2,79</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo</td>
</tr>
<tr>
<td>28</td>
<td>2,89</td>
<td>14</td>
<td>Oscilação vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>29</td>
<td>2,91</td>
<td>4</td>
<td>Oscilação horizontal + torção</td>
</tr>
<tr>
<td>30</td>
<td>2,96</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo</td>
</tr>
<tr>
<td>31</td>
<td>3,15</td>
<td>-</td>
<td>Oscilação cabo</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Como se pode observar na tabela anterior, há várias frequências naturais situadas num intervalo crítico de frequências, o que significa que os modos de vibração correspondentes são facilmente excitáveis pelos peões em andamento. A realização de uma análise dinâmica requer que todas as frequências críticas sejam investigadas. Todavia, neste exemplo, apenas o 11º modo de vibração, que apresenta 8 meias ondas verticais, será considerado. A tabela seguinte sumariza as propriedades dinâmicas da ponte e apresenta detalhes acerca das superfícies carregadas e respectivos sentidos de carregamento.
Tabela 7-2: Síntese de propriedades da ponte pedonal de Minden

<table>
<thead>
<tr>
<th><strong>Propriedade</strong></th>
<th><strong>Valor</strong></th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Comprimento total</td>
<td>( L = 180 \text{ m} )</td>
</tr>
<tr>
<td>Largura do tabuleiro</td>
<td>( B = 3,0 \text{ m} )</td>
</tr>
<tr>
<td>Modo de vibração considerado</td>
<td>( 11^{\circ} \text{ modo} )</td>
</tr>
<tr>
<td>Descrição do modo de vibração</td>
<td>Oscilação vertical – 8 meias ondas</td>
</tr>
<tr>
<td>Frequência</td>
<td>( f = 1,42 \text{ Hz} )</td>
</tr>
<tr>
<td>Superfície carregada</td>
<td>( S = L \times B = 540 \text{ m}^2 )</td>
</tr>
<tr>
<td>Massa modal</td>
<td>( m*(f) = 80,5 \text{ t} )</td>
</tr>
<tr>
<td>Amortecimento (Decrem. logarítmico)</td>
<td>( \delta = 0,085 )</td>
</tr>
</tbody>
</table>

De acordo com estas recomendações, bem como as recentemente publicadas SETRA/AFGC Footbridge Design Guidelines [9], a superfície carregada \( S \) da totalidade do tabuleiro da ponte deve ser considerada com a carga actuando nos sentidos descendente e ascendente, consoante o sinal das componentes do modo de vibração em consideração.

Os diferentes sentidos de actuação da carga simulam uma diferença de fase de 180º dos peões em andamento sobre a ponte. Isto pode ser interpretado como traduzindo uma sincronização total entre cada um dos peões e a deformada modal na posição considerada.

A situação de projecto é definida pela combinação de uma classe de tráfego com uma classe de conforto. Em geral, diferentes situações de projecto devem ser consideradas, embora este exemplo esteja limitado a uma situação. Como a ponte pedonal estabelece a ligação do centro da cidade de Minden com uma área de lazer num parque, a classe de tráfego TC2, tráfego fraco com 0,2 P/m², é escolhida (de acordo com secção 0) em combinação com a classe de conforto CL1, conforto máximo, com amplitudes inferiores a \( a = 0,5 \text{ m/s}^2 \).

Tabela 7-3: Descrição do cenário de projecto

<table>
<thead>
<tr>
<th><strong>Situação de projecto</strong></th>
<th><strong>Classe de tráfego escolhida</strong></th>
<th><strong>Classe de conforto escolhida</strong></th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1ª combinação</td>
<td>TC 2: Tráfego fraco</td>
<td>CL 1: Conforto máximo</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Para uma análise dinâmica, há que considerar mais situações de projecto, por exemplo uma com densidade de tráfego mais elevada e uma ocorrência rara, para as quais menores exigências em termos de conforto se considerem aceitáveis.

O modelo de carga para um fluxo de peões, de acordo com estas recomendações e com o SETRA/AFGC Footbridge Guidelines, é aplicado à ponte pedonal de Minden e a resposta dinâmica é calculada. Este modelo de carga, de acordo com estas recomendações, dá lugar a uma carga distribuída \( p(t) \) ao longo de uma superfície, carga que tem de ser aplicada sobre a estrutura da ponte de acordo com a configuração do modo, como referido anteriormente. Esta acção harmónica \( p(t) \) é dada pela equação:

\[
F(t) = P \cos(2\pi ft) = 280 \cos(2\pi \times 1.42 t) \quad [N] \quad \text{Eq. 7-1}
\]

\[
n = S \times d = 108 \quad \text{com} \quad d = 0.2 \quad P/m^2 \quad \text{Eq. 7-2}
\]

\[
n' = \frac{10.8 \sqrt{n}}{S} = 0.024 \quad 1/m^2 \quad \text{com} \quad \xi = \delta/2\pi \quad \text{Eq. 7-3}
\]

\[
p(t) = F(t) \psi \quad \text{com} \quad \psi = 0.7
\]

\[
p(t) = 280 \cos(2\pi \times 1.42 t) \times 0.024 \times 0.7
\]

\[
p(t) = 4.74 \cos(8.92 t) \quad [N/m^2]
\]

Isto conduz à aceleração máxima \( a_{\text{max}} \) usando o método dos elementos finitos:

\[
a_{\text{max}} = 0.38 \leq a_{\text{CL1}} = 0.50 \quad [m/s^2] \quad \text{Eq. 7-5}
\]

De acordo com o valor limite de aceleração escolhido, relativo à Classe de Conforto 1 – Máximo Conforto com \( a \leq 0.50 \, m/s^2 \), o resultado da análise dinâmica mostra que os requisitos de conforto definidos são atingidos e que a segurança em relação ao estado limite de vibração é verificada neste exemplo.

**Verificação de acordo com o modelo espectral para fluxos de peões**

Agora, a aceleração máxima \( a_{\text{max}} \) é calculada de acordo com o Modelo Espectral de Carga para fluxos de peões, para a situação de projecto escolhida. Deve notar-se que a aceleração calculada por aplicação deste método é um valor característico, consoante prática de dimensionamento dos Eurocódigos.

\[
a_{\text{max}} = \psi k_{a,95\%} \sqrt{\frac{C \sigma_F^2}{m_i^2} k_i \xi^2} \quad \text{com} \quad \psi = 0.7 \quad \text{Eq. 7-6}
\]

\[
a_{\text{max}} = 0.54 = a_{\text{CC1}} = 0.50 \quad [m/s^2] \quad \text{Eq. 7-7}
\]

com

\[
C = 2.95
\]

\[
\sigma_F^2 = 1.2 \times 10^2 \times 108 = 1.30 \, kN^2
\]

\[
k_{a,95\%} = 3.92
\]

\[
k_1 = -0.07 \times 1.42^2 + 0.6 \times 1.42 + 0.075 = 0.7859
\]
\[ k_2 = 0.003 \times 1.42^2 - 0.04 \times 1.42 - 1 = -1.0508 \]
\[ \xi = 0.085 / (2 \times n) \]
\[ M = m^* = 80500 \text{ kg} \]

A aceleração máxima calculada é levemente superior que o resultado obtido anteriormente pela análise por elementos finitos. Ambas as acelerações calculadas satisfazem os requisitos da classe de conforto para conforto máximo.

### 7.3 Ponte Pedonal da Guarda em Portugal

A ponte pedonal da Guarda (Figura 7-3) estabelece um atravessamento pedonal sobre uma estrada que constitui uma das entradas na cidade da Guarda, em Portugal, ligando uma área urbana que inclui uma escola à estação ferroviária. Esta ponte é formada por dois arcos centrais articulados nos apoios, com um vão de 90 m e 18 m de altura, suspendendo o tabuleiro metálico por cabos inclinados. O tabuleiro tem um comprimento total de 123 m e é também apoiado por três pilares próximo de cada extremidade, os quais impedem movimentos verticais e laterais. É constituído por uma grelha de aço com duas vigas longitudinais distantes de 2,70 m, ligadas por vigas transversais de 4 em 4 m. Esta estrutura está ligada a uma laje de betão formada por painéis pré-fabricados com 3 m de largura (2,0 m largura útil) (Figura 7-4).

**Figura 7-3: Alçado da ponte pedonal da Guarda**

**Figura 7-4: Secção transversal do tabuleiro da ponte pedonal da Guarda**

A Tabela 7-4 sumariza as primeiras cinco frequências naturais da estrutura, as quais foram calculadas após calibração do modelo numérico com base em ensaios dinâmicos realizados no final da construção. As características dos modos de vibração e os valores dos coeficientes de amortecimento medidos estão também indicados nesta Tabela.
Tabela 7-4: Frequências naturais e características dos modos de vibração

<table>
<thead>
<tr>
<th>Modo No.</th>
<th>Frequência natural [Hz]</th>
<th>ξ [%] mediado</th>
<th>Características do modo de vibração</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1</td>
<td>0,63</td>
<td>2,2</td>
<td>1º lateral</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>1,24</td>
<td>1,7</td>
<td>2º lateral</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>1,41</td>
<td>1,4</td>
<td>3º lateral</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>2,33</td>
<td>0,8</td>
<td>1º vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>3,60</td>
<td>0,4</td>
<td>2º vertical</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Tendo por base as gamas críticas de frequências definidas nas presentes recomendações para vibrações nas direções vertical e lateral, conclui-se que os primeiros dois modos laterais são críticos em termos de excitação horizontal dos peões, enquanto que, para a direcção vertical, apenas o modo 4 é crítico. O modo 5 seria interessante para investigar possíveis efeitos associados ao 2º harmónico das acções verticais dos peões. No presente exemplo, apenas os primeiros modos de vibração lateral e vertical são investigados, sendo as correspondentes características usadas no projecto sumarizadas na Tabela 7-5.

Tabela 7-5: Características de modos de vibração investigados

<table>
<thead>
<tr>
<th>Quantidade</th>
<th>Modo 1</th>
<th>Modo 4</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Frequência, f [Hz]</td>
<td>0,63</td>
<td>2,33</td>
</tr>
<tr>
<td>Superfície carregada [m²]</td>
<td>S = L×B = 123×2 = 246</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Massa modal, m*</td>
<td>82,5 t</td>
<td>130,7 t</td>
</tr>
<tr>
<td>Massa total</td>
<td>232,2 t</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Coeficiente de amortecimento, ξ [%]</td>
<td>0,6</td>
<td>0,6</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Considerando a localização da ponte pedonal próxima de uma escola, embora não ligando áreas muito relevantes da cidade, vários cenários deveriam ser investigados. No presente exemplo, apenas duas situações de projecto são analisadas, correspondendo a: 1- a inauguração da ponte pedonal, com uma classe de tráfego TC4 (d = 1,0 P/m²) e uma classe de conforto mínima (acelerações verticais máximas de 1-2,5 m/s² e acelerações laterais de 0,3-0,8 m/s²); 2- tráfego em hora de ponta (TC2, d = 0,2 P/m²) e classe de conforto média (acelerações verticais máximas de 0,5-1 m/s² e acelerações laterais de 0,1-0,3 m/s²). Embora os coeficientes de amortecimento medidos após a construção da ponte pedonal (apresentados na Tabela 7.4) sejam superiores, foi considerado nesta fase um valor de 0,6 %.

Os modelos de carga harmónicos para fluxos de peões são então definidos em conformidade com as recomendações, sendo sistematizados na Tabela 7-6 para
as duas situações de projecto. Deve notar-se que, para a situação de projecto 1, a massa adicional associada aos peões representa 7,6% da massa total da ponte, pelo que as frequências naturais deveriam ser recalculadas com a ponte pedonal carregada. Tal não foi efectuado no contexto do presente exemplo, por simplificação.

**Tabela 7.6: Modelos de carga harmónicos para fluxos de peões**

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>$n$</th>
<th>$n'$</th>
<th>$\psi$ (M 1)</th>
<th>$\psi$ (M 4)</th>
<th>$p_n(t)$ [N/m²] (M 1)</th>
<th>$p_v(t)$ [N/m²] (M 4)</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Situação de projecto 1</td>
<td>246</td>
<td>0,118</td>
<td>1</td>
<td>0,54</td>
<td>4,13cos(2n×0,63t)</td>
<td>17,84cos(2n×2,33t)</td>
</tr>
<tr>
<td>Situação de projecto 2</td>
<td>49,2</td>
<td>0,0239</td>
<td>1</td>
<td>0,54</td>
<td>0,835cos(2n×0,63t)</td>
<td>3,61cos(2n×2,33t)</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Os sinais das cargas estão definidos de acordo com as componentes modais, consoante a representação da Figura 7-5.

**Figura 7-5: Representação esquemática de acções harmónicas e de modos de vibração**

A Tabela 7-6 sumariza os valores máximos da resposta, expressa em acelerações, obtida com base no modelo de elementos finitos desenvolvido, os quais são comparados com as gamas de acelerações aceites para o nível de conforto especificado. Observa-se que o conforto é assegurado em todas as circunstâncias. Contudo, a aceleração lateral de 0,67 m/s² excede largamente o valor limite de 0,15 m/s², que corresponde à amplitude limite de “lock-in”, de acordo com as presentes recomendações. Além disso, a aplicação da fórmula da Millenium Bridge (cf. secção 4.6), para determinar o número de peões $N_L$ que leva ao início de “lock-in”, conduz ao valor de


Estes 26,1 peões são distribuídos num comprimento equivalente de 84 m, o que significa que o “lock-in” ocorre para uma densidade de peões de 0,16 P/m², significativamente inferior que a assumida no dia de inauguração da ponte, de 1 P/m². Este facto levou à consideração, na fase de projecto, de um TMD para controlo de vibrações, adicionando um amortecimento mínimo de 4 %, o que implicou o reforço do tabuleiro para possibilitar a incorporação deste dispositivo a meio-vão. Na prática, foi medido um amortecimento de 2,2 % após a construção da ponte pedonal, o que eleva a densidade limite de início de “lock-in” para 0,6 P/m², tendo sido opção do Projectista não introduzir um TMD para controlar este modo de vibração.

Tabela 7-6: Resposta da estrutura a modelos de carga harmónicos

<table>
<thead>
<tr>
<th>Aceleração máxima [m/s²]</th>
<th>Modo 1 (lateral)</th>
<th>Modo 4 (vertical)</th>
<th>Gama aceitável (lateral) [m/s²]</th>
<th>Gama aceitável (vertical) [m/s²]</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Situação de projecto 1</td>
<td>0,67</td>
<td>1,11</td>
<td>0,30-0,80</td>
<td>1,0-2,5</td>
</tr>
<tr>
<td>Situação de projecto 2</td>
<td>0,13</td>
<td>0,22</td>
<td>0,10-0,30</td>
<td>0,5-1,0</td>
</tr>
</tbody>
</table>

8 Referências


[38] http://www.svibs.com/

9 Apêndice: Modelos de carga adicionais

9.1 Modelo de carga para um peão isolado

As forças dinâmicas tridimensionais induzidas por um peão são geradas pelo movimento da massa do corpo e pelo assentamento, arrastamento e levantamento dos pés. Estas forças são designadas forças de reacção humana no solo. Quando são induzidas em andamento, então elas constituem uma excitação quase periódica.

As pessoas caminham com frequências de passada semelhantes devido a constituições fisiológicas idênticas. Mas as frequências de passada são influenciadas pelo propósito do movimento e pela intensidade de tráfego. Frequências de passada entre 1,25 e 2,3 Hz têm probabilidade de ocorrência mais elevada.

Como durante o caminhar um pé está sempre em contacto com o solo, a acção não desaparece completamente em nenhum momento, como sucede em corrida. As forças humanas de reacção no solo dos dois pés sobrepõem-se e formam uma acção periódica que se move no tempo e no espaço.

As magnitudes das forças verticais e longitudinais dependem principalmente da frequência da passada da pessoa e do peso do corpo. A sua periodicidade está relacionada com a frequência da passada. A componente lateral é causada pelo movimento oscilatório do centro de gravidade de um pé para o outro, o qual introduz uma força dinâmica com metade da frequência da passada.
Andar induz uma força vertical correspondente a uma função de carga com forma de “borboleta”, tendo dois máximos de força dominantes. O primeiro é originado pelo impacto do calcanhar no solo, enquanto o segundo é produzido pelo levantamento. Os máximos crescem com o aumento da frequência da passada (cf. Figura 9-1 a)). As componentes de força horizontais, nas direcções longitudinal e lateral, são muito menores que a componente vertical. A força longitudinal (direcção x) caracteriza o período do movimento alternado frente-trás) (cf. Figura 9-1 c)). A força lateral (direcção y) é causada pela oscilação lateral do corpo, e evidencia uma grande dispersão, pois é influenciada por vários factores, e.g. tipo de sapatos, ângulo dos pés, a postura da parte superior do corpo, a oscilação dos braços, a posição das pernas (i.e. joelhos que chocam, pernas arqueadas), forma de impacto com o solo. Contrariamente às forças vertical e longitudinal, a força lateral é periódica com metade da frequência da passada (cf. Figura 9-1 b)).

Modelos de carga no domínio do tempo são os modelos mais comuns para andamento e corrida. Estes baseiam-se no pressuposto de que ambos os pés produzem exactamente a mesma força. Assim, a força resultante é periódica e pode ser representada por séries de Fourier (cf. Figura 9-1).

\[
F_{p, \text{vert}}(t) = P \left[ 1 + \sum_{i=1}^{n} a_{i, \text{vert}} \sin(2\pi i f_s t - \varphi_i) \right]
\]

Eq. 9-1

\[
F_{p, \text{lat}}(t) = P \sum_{i=1}^{n} a_{i, \text{lat}} \sin(n i f_s t - \varphi_i)
\]

Eq. 9-2

\[
F_{p, \text{long}}(t) = P \sum_{i=1}^{n} a_{i, \text{long}} \sin(2n i f_s t - \varphi_i)
\]

Eq. 9-3

**Figura 9-1: Evolução típica da força de andamento**

onde  
\( F_{p, \text{vert}} \) força periódica vertical devida a andamento ou corrida  
\( F_{p, \text{lat}} \) força periódica lateral devida a andamento ou corrida  
\( F_{p, \text{long}} \) força periódica longitudinal devida a andamento ou corrida  
\( P \) [N] peso do peão
\( a_{i, \text{vert}}, a_{i, \text{lat}}, a_{i, \text{long}} \) Coeficiente de Fourier do \( i \)-ésimo harmônico para forças verticais, laterais e longitudinais, i.e. factor de carga dinâmico (DLF)

\( f_s \) [Hz] frequência da passada

\( \varphi_i \) diferença de fase do \( i \)-ésimo harmônico

\( n \) número total de contribuições harmônicas

A força periódica não é estacionária. Ela move-se com uma velocidade constante ao longo da ponte. No contexto do projecto SYNPEX, a relação entre frequência da passada e velocidade do peão foi determinada experimentalmente para uma gama de frequências de 1,3 a 1,8 Hz:

\[
\nu_s = 1.271 f_s - 1 \tag{Eq. 9-4}
\]

Em muitos códigos (e.g. EN 1995 [12]) o peso do corpo \( P \) é dado como 700 N ou 800 N. O valor médio da massa do corpo humano de acordo com o census alemão de 2004 é de 74,4 kg [30].

Coeficientes de Fourier relativos a factores de carga dinâmicos têm sido medidos por vários autores [31]. Como as forças humanas de reacção no solo são influenciadas por variados factores (e.g. velocidade de andamento, propriedades fisiológicas individuais, tipo de sapatos), os factores de carga medidos apresentam dispersão. A Tabela 9-1 lista coeficientes de Fourier e ângulos de fase de autores selecionados.

**Tabela 9-1: Coeficientes de Fourier por diferentes autores, para andamento e corrida**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Autor(es)</th>
<th>Coeficientes de Fourier / Ângulos de fase</th>
<th>Comentário</th>
<th>Tipo de actividade e direcção da carga</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Blanchard et al.</td>
<td>( a_1 = 0,257 )</td>
<td></td>
<td>Andamento – vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>Bachmann &amp; Ammann</td>
<td>( a_1 = 0,4 - 0,5; a_2 = a_3 = 0,1 )</td>
<td>for ( f_p = 2,0 - 2,4 ) Hz</td>
<td>Andamento – vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>Schulze</td>
<td>( a_1 = 0,37; a_2 = 0,10; ) ( a_3 = 0,12; a_4 = 0,04; ) ( a_5 = 0,015 )</td>
<td>for ( f_p = 2,0 ) Hz</td>
<td>Andamento – vertical</td>
</tr>
<tr>
<td>Bachmann et al.</td>
<td>( a_1 = 0,4/0,5; a_2 = a_3 = 0,1 )</td>
<td>( f_p = 2,0/2,4 ) Hz</td>
<td>Andamento – vertical</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>( a_1 = a_2 = a_3 = 0,1 )</td>
<td>( f_p = 2,0 ) Hz</td>
<td>Andamento – lateral</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>( a_{1/2} = 0,1; a_1 = 0,2; a_2 = 0,1 )</td>
<td>( f_p = 2,0 ) Hz</td>
<td>Andamento – longitudinal</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>( a_1 = 1,6; a_2 = 0,7; a_3 = 0,3 )</td>
<td>( f_p = 2,0 - 3,0 ) Hz</td>
<td>Andamento – vert &amp; lateral</td>
</tr>
<tr>
<td>( \varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2 )</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Kerr</td>
<td>( a_{1}; a_2 = 0,07; a_3 = 0,2 )</td>
<td>( a_1 ) depende da frequência</td>
<td>Andamento – vertical</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Young</td>
<td>( a_1 = 0,37 (f_p - 0,95) \leq 0,5 )</td>
<td>( \text{Valores médios para} )</td>
<td>Andamento – vertical</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>( a_2 = 0,054 + 0,0088 f_p )</td>
<td>( \text{coeficientes de} )</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>( a_3 = 0,026 + 0,015 f_p )</td>
<td>( \text{Fourier} )</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>( a_4 = 0,01 + 0,0204 f_p )</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>
9.2 Modelo de carga para “joggers”

As forças humanas de reacção no solo devidas em corrida são caracterizadas por uma fase de descolamento, durante a qual nenhum pé está em contacto com o solo. O contacto com o solo é interrompido e assim a força anula-se. Em comparação com as forças produzidas em andamento normal, as forças induzidas em corrida dependem mais da forma individual de correr e do tipo de calçado. A função de carga vertical tem um único máximo e é caracterizada por um rápido crescimento e decrescimento (cf. Figura 9-2).

![Figura 9-2: Padrões típicos de força vertical para “jogging” lento e corrida [1]](image-url)
O modelo de carga proposto consiste numa única carga $P(t, v)$ que se move ao longo da ponte com uma certa velocidade $v$ dos “joggers”. É essa a razão porque esse modelo de carga é muito difícil de aplicar com os programas de análise estrutural comerciais correntemente utilizados (e.g. ANSYS, DYNACS).

A carga simples $P(t, v)$ é calculada através de

$$ P(t, v) = P \times \cos(2nf t) \times n' \times \psi $$

onde

- $P \times \cos(2nf t)$ é a acção harmónica devida a um único peão,
- $P$ é a componente de força devida a um peão isolado deslocando-se com uma frequência $f$,
- $f$ é a frequência natural em consideração,
- $n'$ é o número equivalente de peões sobre a superfície carregada $S$,
- $S$ é a área da superfície carregada,
- $\psi$ é o coeficiente de redução para ter em conta a probabilidade de que a frequência da passada se aproxime da frequência natural em consideração. Este coeficiente é diferente para cada um dos modelos de carga indicados em seguida.

A força máxima $P$ de um único peão, o número equivalente de peões $n'$ e o coeficiente de redução $\psi$ são dados na Tabela 9-2.

### Tabela 9-2: Parâmetros para “Joggers” [32]

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>Vertical</th>
<th>Longitudinal</th>
<th>Lateral</th>
<th>$n' = n$ [ ]</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1250</td>
<td>—</td>
<td>—</td>
<td>—</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

<table>
<thead>
<tr>
<th>Coeficiente de redução vertical $\psi$</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td><img src="image" alt="Graph" /></td>
</tr>
</tbody>
</table>

De acordo com [32], pode considerar-se que o grupo de $n$ “joggers” está perfeitamente sincronizado em frequência e em fase com a frequência natural da ponte pedonal. Os “joggers” movem-se com uma velocidade de 3 m/s ao longo da ponte. Mas em muitos casos, parece ser suficiente colocar a carga $P(t, v=0)$ fixa em correspondência com a máxima amplitude do modo de vibração.

Não têm sido efectuadas medições da componente horizontal em corrida, quer na direcção longitudinal, quer na direcção lateral. Contudo, é razoável supor que a componente lateral apresenta uma amplitude relativamente pequena quando
comparada com a vertical, enquanto que a componente longitudinal é mais importante.


**9.3 Excitação intencional por grupos de peões**

Pode suceder que pessoas tentem excitar, de forma sincronizada, a ponte em ressonância saltando, flectindo joelhos, oscilando o corpo na horizontal e empurrando as guardas, e estimulando os cabos manualmente. Uma ponte pedonal esbelta com baixo amortecimento pode ser excitada sofrendo oscilações de grande amplitude, que podem afectar a resistência estrutural.

Enquanto a força de impacto de um único peão saltando é superior à força criada pela flexão de joelhos, a sincronização durante o salto com a vibração da ponte é bastante menor. Durante o flectir de joelhos, a pessoa permanece sempre em contacto com a ponte e pode sincronizar o seu corpo com a vibração. Mesmo se várias pessoas tentarem excitar intencionalmente a ponte saltando, será-lhes-á muito difícil saltar em fase uns com os outros. Nessa perspectiva, a flexão de joelhos é muito mais eficaz. Dar os braços ou introduzir um ritmo pode aumentar consideravelmente a sincronização e consequentemente a força de excitação. Todavia, o resultado não está relacionado linearmente com o número de pessoas envolvidas, porque há um decréscimo de sincronização com o aumento do número de pessoas, evidenciado durante vários ensaios.

É importante notar que a excitação intencional é mais um ‘estado limite último acidental’ que um ‘problema de fadiga’ ou que um ‘problema de conforto’. As estruturas desenvolvem um aumento de amortecimento com o incremento da amplitude das vibrações, e as pessoas perdem concentração e capacidade de excitação da ponte ao longo de um mais longo período de tempo necessário para afectar a resistência à fadiga do material usado na construção. A excitação intencional cessa quando a amplitude não aumenta durante algum tempo ou quando as pessoas não têm mais força para excitar a ponte.